COMPTE RENDU

DES SÉANCES

DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 24 FÉVRIER 1845.

PRÉSIDENCE DE M. ÉLIE DE BEAUMONT.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Mémoire sur les séries syntagmatiques et sur celles qu'on obtient quand on développe des fonctions d'une seule variable suivant les puissances entières de son argument; par* M. AUGUSTIN CAUCHY.

« Il arrive souvent que les termes d'une série double et divergente peuvent être groupés entre eux de telle sorte que les termes renfermés dans chaque groupe forment une série simple convergente, et que les sommes des séries simples correspondantes aux divers groupes forment à leur tour une autre série simple convergente comme les premières. Les séries triples, quadruples,..., lorsqu'elles sont divergentes, peuvent fournir matière à de semblables observations. Ainsi, une série multiple et divergente pourra quelquefois se transformer en un système de séries simples et convergentes de divers ordres, c'est-à-dire en un système dans lequel plusieurs séries de même ordre formeront, par leur réunion, une série de l'ordre immédiatement supérieur. La série simple de l'ordre le plus élevé donne alors pour somme la somme totale des termes de la série multiple, ajoutés les uns aux autres, non pas dans un ordre quelconque, mais dans un ordre déterminé. Pour exprimer cette circonstance, comme nous l'avons déjà dit [page 382], nous désigne-

rons la somme dont il s'agit sous le nom de *somme syntagmatique*. Lorsque la série multiple proposée sera ordonnée suivant les puissances entières de plusieurs variables, nous supposerons communément les divers termes groupés de manière que chaque série simple se trouve ordonnée suivant les puissances entières d'une seule de ces variables. Si la série multiple devient convergente, la somme syntagmatique se confondra évidemment avec la somme unique de cette même série.

» Pour abréger, nous appellerons *séries syntagmatiques* les séries qui admettent des sommes syntagmatiques. Leur théorie, comme celle des séries convergentes, se trouve intimement liée à la loi de continuité des fonctions; et l'on peut établir à ce sujet des théorèmes qui paraissent dignes de l'attention des géomètres. Le premier paragraphe du présent Mémoire a pour objet la démonstration de plusieurs de ces théorèmes, et en particulier de ceux que je vais indiquer.

» Concevons qu'une fonction de plusieurs variables reste continue quand on attribue aux modules de ces variables des valeurs qui diffèrent très-peu de certaines valeurs déterminées. Alors la fonction sera développable en une série multiple et convergente ordonnée suivant les puissances entières des variables. Mais ce développement pourra changer de forme, si l'on vient à changer les valeurs dont il s'agit. Supposons, pour rendre le raisonnement plus facile à saisir, que l'on fasse varier les modules par degrés insensibles. La forme du développement de la fonction en série convergente restera généralement la même, tant que les variations des modules n'empêcheront pas la fonction de rester continue pour des valeurs quelconques des arguments des variables. Quand cette condition cessera d'être remplie, la série trouvée pourra devenir divergente; mais elle ne cessera pas d'être une série syntagmatique, dont la somme syntagmatique sera la fonction elle-même, si les variations des modules permettent du moins à cette fonction de rester continue pour des valeurs des arguments comprises entre certaines limites.

» Il importe d'observer que, dans les séries convergentes ou syntagmatiques dont nous venons de parler, un terme proportionnel à des puissances entières données des diverses variables offre une valeur complétement déterminée. Si, pour calculer le coefficient de ces puissances, dans les termes dont il s'agit, on veut développer la fonction, en attribuant aux variables des valeurs telles que la série obtenue reste convergente; on pourra, il est vrai, y parvenir en effectuant des développements successifs correspondants aux diverses variables, et en suivant dans cette opération un ordre qui sera complétement arbitraire. Mais cet ordre n'aura aucune influence sur la va-

leur du coefficient, représenté généralement par une intégrale multiple dont la valeur est complétement déterminée.

» Il est bon de rappeler encore ici une observation déjà faite à la page 120, savoir, que, pour la rigueur des démonstrations, on doit supposer remplie une condition qui, à la vérité, l'est généralement. D'ailleurs, on préviendra toute objection en écrivant, dans chaque théorème où il s'agit d'une fonction assujettie à rester continue, que cette fonction doit demeurer telle avec ses dérivées du premier ordre.

» Le second paragraphe du présent Mémoire a pour objet la série qu'on obtient quand on développe une fonction de la variable x suivant les puissances entières de l'argument de cette variable. Je remarque d'abord que chaque puissance entière de la variable est le produit de la puissance semblable du module par une exponentielle trigonométrique toujours développable suivant les puissances entières de l'argument. Il en résulte qu'à un développement de la fonction, en série ordonnée suivant les puissances ascendantes de la variable, correspond toujours, sinon un développement convergent, du moins un développement syntagmatique de la même fonction en une série double ordonnée suivant les puissances entières de la variable, et suivant les puissances ascendantes de l'argument. Mais, si l'on réduit cette série double à une série simple ordonnée suivant les puissances ascendantes de l'argument, la série simple ainsi formée pourra être ou convergente ou divergente. Elle sera certainement convergente si la série double est convergente, et deviendra généralement divergente si la série double est seulement une série syntagmatique. Je montre, dans ce dernier cas, comment on doit s'y prendre pour substituer à la série devenue divergente une série convergente. Les formules auxquelles je parviens prouvent que très-souvent on peut se servir encore des premiers termes de la série divergente, pour calculer des valeurs très-approchées de la fonction que l'on considère.

ANALYSE.

§ Ier. — *Sur les séries syntagmatiques.*

» Nommons

$$x,\ y,\ z,\ldots$$

plusieurs variables dont les modules soient

$$\mathrm{x},\ \mathrm{y},\ \mathrm{z},\ldots,$$

et représentons par

$$f(x, y, z, \ldots)$$

une fonction de x, y, z,.... Si cette fonction reste continue par rapport aux variables x, y, z,..., dans le voisinage de certaines valeurs particulières attribuées à leurs modules x, y, z,...; alors, pour des valeurs des modules très-voisines de celles dont il s'agit, la fonction sera développable en série convergente ordonnée suivant les puissances ascendantes de x, y, z,.... C'est, en effet, ce que l'on peut démontrer à l'aide des considérations suivantes :

» Supposons d'abord, pour plus de simplicité, que la fonction $f(x, y, z, \ldots)$ soit de la forme

$$f(x, y, z, \ldots) = \frac{1}{(a-x)(b-y)(c-z)\ldots}, \tag{1}$$

a, b, c,... désignant des constantes, réelles ou imaginaires, dont les modules soient

$$\mathrm{a}, \mathrm{b}, \mathrm{c}, \ldots.$$

Comme on aura pour $\mathrm{x} < \mathrm{a}$, non-seulement

$$\frac{1}{\mathrm{a}-\mathrm{x}} = \mathrm{a}^{-1} + \mathrm{a}^{-2}\mathrm{x} + \mathrm{a}^{-3}\mathrm{x}^2 + \ldots,$$

mais encore

$$\frac{1}{a-x} = a^{-1} + a^{-2}x + a^{-3}x^2 + \ldots;$$

et pour $\mathrm{x} > \mathrm{a}$, non-seulement

$$\frac{1}{\mathrm{a}-\mathrm{x}} = -\mathrm{x}^{-1} - \mathrm{a}\mathrm{x}^{-2} - \mathrm{a}^2\mathrm{x}^{-3} \ldots,$$

mais encore

$$\frac{1}{a-x} = -x^{-1} - ax^{-2} - a^2x^{-3} \ldots;$$

il est clair que, si aucune des différences

$$\mathrm{a}-\mathrm{x}, \quad \mathrm{b}-\mathrm{y}, \quad \mathrm{c}-\mathrm{z}, \ldots$$

ne se réduit à zéro, la fonction (1) sera toujours développable en une série

multiple convergente ordonnée suivant les puissances entières de x, y, z,..., avec la série modulaire correspondante, dont la somme sera représentée par la fraction

$$\frac{1}{(\mathrm{a}-\mathrm{x})(\mathrm{b}-\mathrm{y})(\mathrm{c}-\mathrm{z})\ldots}.$$

» Supposons maintenant que la fonction $f(x, y, z, \ldots)$ ne soit plus de la forme qu'indique l'équation (1), mais qu'elle reste continue par rapport aux variables x, y, z,... tant que les modules x, y, z,... de ces variables ne deviennent pas supérieurs, le premier x, à une certaine limite a, le second y, à une certaine limite b, le troisième z, à une certaine limite c,.... Alors, en désignant par

$$u, \; v, \; w, \ldots$$

de nouvelles variables dont les modules sont précisément

$$\mathrm{a}, \; \mathrm{b}, \; \mathrm{c}, \ldots;$$

par

$$\varphi, \; \chi, \; \psi, \ldots$$

les arguments de ces nouvelles variables, et par N le nombre des variables $x, y, z, \ldots$, on aura, non-seulement pour une fonction $f(x)$ de la seule variable x,

$$(2) \qquad f(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \frac{u}{u-x} f(u) d\varphi,$$

mais encore

$$(3) \quad f(x, y, z, \ldots) = \left(\frac{1}{2\pi}\right)^{N} \int_{-\pi}^{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \cdots \frac{uvw\ldots f(u, v, w, \ldots)}{(u-x)(v-y)(w-z)\ldots} \ldots d\varphi \, d\chi \, d\psi \ldots.$$

Or, il suit immédiatement de la formule (3), 1° que, dans l'hypothèse admise, la fonction $f(x, y, z, \ldots)$ sera développable, avec le rapport

$$\frac{1}{(u-x)(v-y)(w-z)},$$

en série convergente ordonnée suivant les puissances entières de x, y, z,...; 2° que le terme proportionnel à

$$x^{l} y^{m} z^{n} \ldots,$$

dans le développement de $f(x, y, z, \ldots)$, sera

$$k_{l, m, n, \ldots} \, x^l y^m z^n \ldots,$$

la valeur de $k_{l,m,n,\ldots}$ étant

$$(4) \quad k_{l,m,n\ldots} = \left(\frac{1}{2\pi}\right)^{\mathrm{N}} \int_{-\pi}^{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \ldots u^{-l} v^{-m} w^{-n} \ldots f(u, v, w, \ldots) \, d\varphi \, d\chi \, d\psi \ldots.$$

Si, dans cette dernière équation, l'on remplace $u, v, w, \ldots$ par $x, y, z, \ldots$, alors, en nommant p l'argument de x, p' l'argument de y, p'' l'argument de z, on trouvera

$$(5) \quad k_{l,m,n\ldots} = \left(\frac{1}{2\pi}\right)^{\mathrm{N}} \int_{-\pi}^{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \ldots x^{-l} y^{-m} z^{-n} \ldots f(x, y, z, \ldots) \, dp \, dp' \, dp'' \ldots.$$

D'ailleurs, pour obtenir cette dernière formule, il suffit évidemment de supposer que, par un procédé quelconque, on est parvenu à développer $f(x, y, z, \ldots)$ suivant les puissances entières de $x, y, z, \ldots$, de manière à obtenir une équation de la forme

$$(6) \qquad f(x, y, z, \ldots) = \Sigma \, k_{l,m,n\ldots} \, x^l y^m z^n,$$

la somme qu'indique le signe Σ s'étendant à toutes les valeurs entières et positives de $l, m, n, \ldots$, et qu'ensuite l'on intègre par rapport aux angles $\varphi, \chi, \psi, \ldots$, entre les limites $-\pi, +\pi$, les deux membres de l'équation (6), multipliés par le produit $dp \, dp' \, dp'' \ldots$. Il en résulte que le coefficient $k_{l,m,n,\ldots}$ offre, avec l'intégrale comprise dans le second membre de la formule (5), une valeur complétement déterminée, et indépendante du procédé suivi pour le développement de $f(x, y, z, \ldots)$ en une série multiple. Donc, si cette série multiple est fournie par des développements successifs, dont chacun se rapporte à une seule variable, elle restera identiquement la même, quel que soit l'ordre dans lequel on ait effectué les diverses opérations.

» Observons encore qu'en vertu de la formule (4), le module du coefficient $k_{l,m,n,\ldots}$ sera inférieur au rapport

$$(7) \qquad \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{a}^l \mathrm{b}^m \mathrm{c}^n \ldots},$$

si l'on représente par s le plus grand module que puisse acquérir l'expression

$$f(u, v, w, \ldots) = f\left(\mathrm{a}e^{\varphi\sqrt{-1}}, \mathrm{b}e^{\chi\sqrt{-1}}, \mathrm{c}e^{\psi\sqrt{-1}}, \ldots\right),$$

considérée comme fonction des angles $\varphi, \chi, \psi, \ldots$ Donc, par suite, les divers termes de la série multiple fournie par le développement de $f(x, y, z, \ldots)$ offriront des modules respectivement inférieurs aux termes correspondants du développement du produit

$$\text{(8)} \qquad \mathrm{s}\frac{\mathrm{a\,b\,c}\ldots}{(\mathrm{a}-\mathrm{x})(\mathrm{b}-\mathrm{y})(\mathrm{c}-\mathrm{z})\ldots}.$$

» Supposons à présent que la fonction $f(x, y, z, \ldots)$ reste continue par rapport aux variables $x, y, z, \ldots$, tant que les modules

$$\mathrm{x}, \quad \mathrm{y}, \quad \mathrm{z}, \ldots$$

de ces variables ne dépassent pas les limites supérieures

$$\mathrm{a}, \quad \mathrm{b}, \quad \mathrm{c}, \ldots$$

ou les limites inférieures

$$\mathrm{a}_{,}, \quad \mathrm{b}_{,}, \quad \mathrm{c}_{,}, \ldots.$$

Dans cette hypothèse, on se trouvera de nouveau conduit à des conclusions pareilles à celles que nous avons indiquées; et, pour les établir, il suffira de substituer aux équations (2) et (3) des équations analogues qui serviront encore à transformer en intégrales définies $f(x)$ et $f(x, y, z, \ldots)$. Si l'on représente par

$$u_{,}, \quad v_{,}, \quad w_{,}, \ldots$$

ce que deviennent les variables

$$u, \quad v, \quad w, \ldots$$

quand on y remplace les modules

$$\mathrm{a}, \quad \mathrm{b}, \quad \mathrm{c}, \ldots$$

par les modules

$$\mathrm{a}_{,}, \quad \mathrm{b}_{,}, \quad \mathrm{c}_{,}, \ldots;$$

la formule (2), en particulier, devra être remplacée par la suivante

$$\text{(9)} \qquad f(x) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} \frac{u}{u-x} f(u)\, d\varphi - \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} \frac{u_{,}}{u_{,}-x} f(u_{,})\, d\varphi,$$

de laquelle on déduira sans peine l'équation qui devra être substituée à

la formule (3). Alors aussi la somme qu'indique le signe Σ dans la formule (6) devra être étendue à des valeurs entières quelconqnes de $l, m, n, \ldots$ Enfin, dans les expressions (7), (8), s devra représenter le plus grand module que l'expression

$$\mathrm{f}(u, \quad v, \quad w, \ldots),$$

considérée comme fonction des angles $\varphi, \chi, \psi, \ldots$, puisse acquérir, quand on attribue à la variable u un des modules a, $\mathrm{a}_{,}$, à la variable v un des modules b, $\mathrm{b}_{,}$, à la variable w un des modules c, $\mathrm{c}_{,}, \ldots$ Cela posé, on pourra évidemment énoncer la proposition suivante :

» 1[er] *Théorème.* Nommons

$$x, \quad y, \quad z, \ldots$$

des variables dont les modules soient

$$\mathrm{x}, \quad \mathrm{y}, \quad \mathrm{z}, \ldots$$

Représentons par $\mathrm{f}(x, y, z, \ldots)$ une fonction de ces variables, et supposons que cette fonction reste continue pour toutes les valeurs des modules

$$\mathrm{x}, \quad \mathrm{y}, \quad \mathrm{z}, \ldots,$$

qui ne dépassent pas certaines limites supérieures

$$\mathrm{a}, \quad \mathrm{b}, \quad \mathrm{c}, \ldots,$$

ni certaines limites inférieures

$$\mathrm{a}_{,}, \quad \mathrm{b}_{,}, \quad \mathrm{c}_{,}, \ldots$$

Non-seulement, pour de telles valeurs des modules x, y, $\mathrm{z}, \ldots$, la fonction sera développable, suivant les puissances entières des variables $x, y, z, \ldots$, en une série multiple et convergente qui sera unique, et conservera toujours la même forme; mais, de plus, les divers termes de cette série offriront des modules respectivement inférieurs aux modules des termes correspondants de la série convergente que fournit le développement du produit

$$(10) \qquad \mathrm{s}\left[\frac{\mathrm{a}}{\mathrm{a}-\mathrm{x}} - \frac{\mathrm{a}_{,}}{\mathrm{a}_{,}-\mathrm{x}}\right]\left[\frac{\mathrm{b}}{\mathrm{b}-\mathrm{y}} - \frac{\mathrm{b}_{,}}{\mathrm{b}_{,}-\mathrm{y}}\right]\left[\frac{\mathrm{c}}{\mathrm{c}-\mathrm{z}} - \frac{\mathrm{c}_{,}}{\mathrm{c}_{,}-\mathrm{z}}\right]\ldots,$$

s désignant la plus grande valeur que puisse acquérir l'expression

$$f(x, y, z,\ldots),$$

considérée comme fonction des arguments des diverses variables, quand on attribue à la variable x un des modules a, $a_{,}$, à la variable y un des modules b, $b_{,}$, à la variable z un des modules c, $c_{,}$, ...

» *Corollaire* 1[er]. Lorsque, la fonction $f(x, y, z,\ldots)$ étant développable en série convergente, on désigne par

$$k_{l,m,n,\ldots}$$

le coefficient du produit

$$x^l y^m z^n \ldots,$$

dans le développement, on a

$$(11) \qquad f(x, y, z,\ldots) = \Sigma k_{l,m,n,\ldots} x^l y^m z^n \ldots,$$

les sommations qu'indique le signe Σ s'étendant à toutes les valeurs entières positives nulle et négatives, des exposants $l, m, n, \ldots$. Pour fixer les idées, nous supposerons dorénavant les sommations relatives aux diverses variables, ou, ce qui revient au même, les sommations relatives aux diverses indices effectuées successivement; et l'ordre dans lequel les variables seront écrites indiquera l'ordre dans lequel les sommations seront effectuées. Ainsi, en particulier, si les variables $x, y, \ldots$ se réduisent à deux, nous emploierons la formule

$$(12) \qquad f(x, y) = \Sigma k_{l,m} x^l y^m$$

pour exprimer que la fonction $f(x, y)$ résulte de deux sommations successives relatives, la première à la variable x, la seconde à la variable y, ou, ce qui revient au même, pour exprimer que la fonction $f(x,y)$ est la somme d'une série simple et convergente ordonnée suivant les puissances ascendantes de y, dont chaque terme est à son tour la somme d'une série simple et convergente ordonnée suivant les puissances ascendantes de x. Au contraire, nous nous servirons de la formule

$$(13) \qquad f(x, y) = \Sigma k_{l,m} y^m x^l,$$

pour exprimer que la fonction $f(x, y)$ est la somme d'une série simple et

convergente ordonnée suivant les puissances ascendantes de x, dont chaque terme est lui-même la somme d'une série simple et convergente ordonnée suivant les puissances ascendantes de y. Il est bon d'observer que lorsqu'au lieu de remonter de la série double ou multiple à la fonction $f(x, y)$ ou $f(x, y, z, \ldots)$, on redescend de cette fonction à la série multiple par une suite de développements partiels dont chacun se rapporte à une seule variable, ces développements partiels se présentent dans un ordre inverse de celui suivant lequel les sommations étaient effectuées; le premier développement devant être évidemment relatif à la série simple du rang le plus élevé. Observons encore que, la série multiple étant supposée convergente, l'ordre dans lequel les diverses sommations seront effectuées n'aura aucune influence sur leur résultat définitif. Ainsi, par exemple, s'il s'agit d'une série double, les formules (12) et (13) entraîneront immédiatement la suivante

$$\Sigma k_{l,m} x^l y^m = \Sigma k_{l,m} y^m x^l. \tag{14}$$

» *Corollaire* 2e. Jusqu'ici nous avons supposé que les modules $\mathrm{x}, \mathrm{y}, \mathrm{z}, \ldots$ des variables $x, y, z, \ldots$ ne dépassaient pas les limites supérieures

$$\mathrm{a}, \mathrm{b}, \mathrm{c}, \ldots$$

ni les limites inférieures

$$\mathrm{a}_{,}, \mathrm{b}_{,}, \mathrm{c}_{,}, \ldots$$

entre lesquelles ils peuvent varier, sans que la fonction $f(x, y, z, \ldots)$ cesse d'être continue pour des valeurs quelconques des arguments de $x, y, z, \ldots$. Supposons maintenant que les modules $\mathrm{x}, \mathrm{y}, \mathrm{z}, \ldots$, continuant à varier par degrés insensibles, dépassent les limites dont il s'agit, et que le développement de la fonction $f(x, y, z, \ldots)$ devienne divergent. Concevons d'ailleurs qu'avec les modules $\mathrm{x}, \mathrm{y}, \mathrm{z}, \ldots$, on fasse varier encore, par degrés insensibles, les arguments de $x, y, z, \ldots$. La notation

$$\Sigma k_{l,m,n,\ldots} x^l y^m z^n \ldots,$$

en cessant de représenter la somme d'une série convergente, représentera du moins une *somme syntagmatique*, tant que chacune des séries simples produites par les diverses sommations restera convergente. Alors aussi, cette somme syntagmatique étant certainement une fonction continue des variables $x, y, z, \ldots$, il suit du 4e théorème de la page 381, que la formule (11) ne cessera pas de subsister, si d'ailleurs la fonction $f(x, y, z, \ldots)$ reste elle-même continue. On peut donc énoncer encore la proposition suivante :

» 2e *Théorème*. Les mêmes choses étant posées que dans le 1er théorème, concevons que les diverses sommations indiquées par le signe Σ, dans la formule (11) et autres semblables, soient effectuées successivement et indépendamment les unes des autres; en sorte que chacune d'elles ait pour objet le calcul de la somme ou des sommes d'une ou de plusieurs séries simples ordonnées suivant les puissances entières d'une même variable. Supposons d'ailleurs qu'à la suite du signe Σ on écrive les premières les variables auxquelles se rapportent les premières sommations. Supposons enfin qu'après avoir attribué à x, y, z,... des valeurs dont les modules ne dépassent pas les limites supérieures $\mathrm{a}, \mathrm{b}, \mathrm{c}, \ldots$, ni les limites inférieures $\mathrm{a}_{,}$, $\mathrm{b}_{,}$, $\mathrm{c}_{,}, \ldots$, on fasse varier tout à la fois ces modules et les arguments des variables par degrés insensibles. Si les variations dont il s'agit, en détruisant la convergence de la série multiple produite par le développement de la fonction $\mathrm{f}(x, y, z, \ldots)$, sont telles néanmoins que cette fonction ne cesse pas d'être continue, et que les séries simples correspondantes à chaque sommation ne cessent pas d'être convergentes, la formule (11), c'est-à-dire l'équation

$$\mathrm{f}(x, y, z, \ldots) = \Sigma k_{l,m,n,\ldots} x^l y^m z^n \ldots$$

ne cessera pas de subsister pendant la durée des variations de $x, y, z, \ldots$; seulement l'expression

$$\Sigma k_{l,m,n,\ldots} x^l y^m z^n \ldots,$$

qui représentait d'abord la somme unique d'une série multiple convergente, pourra devenir la somme syntagmatique d'une série divergente.

» *Corollaire* 1er. D'après ce que nous avons dit, les conditions qui doivent être remplies pour que la formule (11) continue de subsister, se réduisent à ce que la fonction $\mathrm{f}(x, y, z, \ldots)$ et la somme syntagmatique

$$\Sigma k_{l,m,n,\ldots} x^l y^m z^n \ldots$$

restent l'une et l'autre continues. La dernière condition se vérifiera certainement tant que chacune des séries simples produites par les sommations successives opérées dans l'ordre suivant lequel les variables sont écrites, restera convergente; ou, ce qui revient au même, tant que les développements successifs de $\mathrm{f}(x, y, z, \ldots)$ pourront s'effectuer dans un ordre inverse. Cette remarque permet au calculateur de s'assurer, par la seule considération de la fonction $\mathrm{f}(x, y, z, \ldots)$, si les conditions sous lesquelles subsiste la formule (11) sont ou ne sont pas vérifiées.

» *Corollaire* 2ᵉ. Supposons que, dans la formule (11), on renverse l'ordre suivant lequel les variables sont écrites. Cette formule deviendra

$$(15)\qquad \mathrm{f}(x, y, z, \ldots) = \Sigma k_{l,m,n,\ldots} \ldots z^n y^m x^l,$$

la variable x étant alors celle à laquelle se rapportera la dernière sommation, ou, ce qui revient au même, le premier des développements successifs de la fonction $\mathrm{f}(x, y, z, \ldots)$. Soit, d'ailleurs, A_l le coefficient de x^l dans cette fonction développée en une série simple ordonnée suivant les puissances ascendantes de x. L'équation

$$(16)\qquad \mathrm{f}(x, y, z, \ldots) = \Sigma A_l x^l,$$

comparée à la formule (15), fournira l'équation

$$(17)\qquad A_l = \Sigma k_{l,m,n,\ldots} \ldots z^m y^n;$$

et, comme cette dernière devra subsister tant que la formule (15) subsistera, il est clair qu'on pourra énoncer encore le théorème suivant.

» 3ᵉ *Théorème*. Nommons

$$\mathrm{f}(x, y, z, \ldots)$$

une fonction des variables $x, y, z, \ldots$ qui reste continue pour des valeurs de $x, y, z, \ldots$ dont les modules soient très-voisins de certains modules déterminés; et supposons que, pour de telles valeurs, on développe, comme on pourra toujours le faire, la fonction $\mathrm{f}(x, y, z, \ldots)$, 1° en une série simple ordonnée suivant les puissances entières de x; 2° en une série multiple ordonnée suivant les puissances entières de $x, y, z, \ldots$. Soient d'ailleurs

$$A_l x^l \quad \text{et} \quad k_{l,m,n,\ldots} \ldots z^n y^m x^l$$

les termes généraux de ces deux séries. Non-seulement on aura, pour les valeurs primitivement attribuées à $x, y, z, \ldots$,

$$(18)\qquad \Sigma A_l x^l = \Sigma k_{l,m,n,\ldots} \ldots z^n y^m x^l,$$

et par suite

$$(19)\qquad A_l = \Sigma k_{l,m,n\ldots} \ldots z^n y^m;$$

mais on peut ajouter que l'équation (19) ne cessera pas de subsister, si l'on fait varier à la fois les modules et les arguments de y, z,... par degrés insensibles, pourvu que ces variations, combinées avec une variation correspondante et convenable de x, permettent à la fonction $f(x, y, z, \ldots)$ et à la somme syntagmatique

$$\Sigma\, k_{l,m,n,\ldots} \ldots z^n y^m x^l$$

de rester l'une et l'autre continues par rapport à x, y, z,....

» *Corollaire* 1[er]. Les conditions énoncées dans le 3[e] théorème, et sous lesquelles la formule (19) continue de subsister, se trouveront évidemment remplies, si les variations attribuées à x, y, z,... sont telles que la fonction $f(x, y, z, \ldots)$ et les divers termes de son développement suivant les puissances entières de x, restent fonctions continues des variables x, y, z,..., pour les modules acquis par ces diverses variables, et pour des arguments quelconques des variables y, z,....

» *Corollaire.* Pour éclaircir ce qui vient d'être dit par un exemple très-simple, réduisons $f(x, y, z, \ldots)$ à une fonction de deux variables, et supposons, en particulier,

$$(20) \qquad f(x, y) = (1 - x)^{-s} \left[1 - a - ay\left(\frac{1}{x} - 1\right)\right]^{-t},$$

s, t désignant des exposants réels, et a une constante dont le module soit inférieur à l'unité. La fonction $f(x, y)$ sera certainement continue par rapport à x et y, si, en attribuant à x un module inférieur, mais sensiblement égal à l'unité, on attribue à y un module très-petit. Alors en posant, pour abréger,

$$[s]_n = \frac{s(s+1)\ldots(s+n-1)}{1.2\ldots n},$$

on tirera de l'équation (20)

$$f(x, y) = (1-a)^{-t}\, \Sigma\, [t]_m [s-m]_{n+m} \left(\frac{a}{1-a}\right)^m y^m x^n;$$

et, par suite, si l'on nomme A_n le coefficient de x^n dans le développement de $f(x, y)$ en une série simple ordonnée suivant les puissances entières de x, on aura, pour un très-petit module de y,

$$(21) \qquad A_n = (1-a)^{-t}\, \Sigma\, [t]_m [s-m]_{n+m} \left(\frac{a}{1-a}\right)^m y^m.$$

Supposons maintenant que x et y viennent à varier. Comme la formule (20) donnera, non-seulement

$$f(x, y) = (1-a)^{-t}(1-x)^{-s}\left(1+\frac{ay}{1-a}\right)^{-t}\left(1-\frac{ay}{1-a+ay}x\right)^{-t},$$

mais encore

$$f(x, y) = (1-a)^{-t}(1-x)^{-s}\left[1-\frac{ay}{1-a}\left(\frac{1}{x}-1\right)\right]^{-t},$$

il est clair que la fonction $f(x, y)$ et les divers termes de son développement suivant les puissances ascendantes de x, resteront fonctions continues de x, y, si le module de x, et les modules des trois expressions

$$\frac{ay}{1-a}, \quad \frac{ay}{1-a+ay}x, \quad \frac{ay}{1-a}\left(\frac{1}{x}-1\right),$$

restent inférieurs à l'unité. Sous ces conditions la formule (21) continuera de subsister. D'ailleurs, il ne sera pas nécessaire que ces conditions se vérifient pour un argument quelconque de x; il suffira qu'elles se vérifient pour un argument de x sensiblement nul ou même égal à zéro, c'est-à-dire pour une valeur réelle et positive de x. Enfin, comme on pourra prendre pour cette valeur positive un nombre inférieur à la limite 1, mais aussi rapproché que l'on voudra de l'unité, et par suite réduire sensiblement le produit

$$\frac{ay}{1-a+ay}x$$

au rapport

$$\frac{ay}{1-a+ay},$$

et le produit

$$\frac{ay}{1-a}\left(\frac{1}{x}-1\right)$$

à zéro; nous devons conclure que les conditions, sous lesquelles subsistera la formule (21), se réduiront aux deux suivantes

$$\text{mod.}\,\frac{ay}{1-a} < 1, \quad \text{mod.}\,\frac{ay}{1-a+ay} < 1.$$

§ II. — *Développement des fonctions d'une seule variable en séries ordonnées suivant les puissances entières de l'argument de cette variable.*

» Nommons x une variable dont x soit le module, et p l'argument, en sorte qu'on ait

$$x = \mathrm{x} e^{p\sqrt{-1}}.$$

Soit encore f(x) une fonction de x, qui reste continue pour toute valeur du module x qui ne dépasse pas une certaine limite supérieure a, ni une certaine limite inférieure $\mathrm{a}_{,}$. La fonction f(x) sera, pour une telle valeur de x, développable en une série convergente ordonnée suivant les puissances entières de la variable x, ou, ce qui revient au même, suivant les puissances ascendantes du module x; et, si l'on nomme k_n le coefficient de x^n dans le développement de la fonction, l'on aura

$$\text{(1)} \qquad \mathrm{f}(x) = \Sigma k_n x^n;$$

la somme qu'indique le signe Σ s'étendant à toutes les valeurs entières, positives nulle et négatives, de n. De plus, si l'on substitue à x sa valeur dans le second membre de la formule (1), on trouvera

$$\text{(2)} \qquad \mathrm{f}(x) = \Sigma k_n \mathrm{x}^n e^{np\sqrt{-1}}.$$

D'ailleurs $e^{np\sqrt{-1}}$ sera, pour une valeur quelconque de n, développable suivant les puissances ascendantes de p, par la formule

$$e^{np\sqrt{-1}} = \Sigma \frac{(n\sqrt{-1})^m}{1.2\ldots m} p^m,$$

la somme qu'indique le signe Σ s'étendant à toutes les valeurs entières, nulle et positives, de m, et le produit $1.2\ldots m$ devant être remplacé par l'unité quand m s'évanouit. Donc, la formule (2) donnera encore

$$\text{(3)} \qquad \mathrm{f}(x) = \Sigma k_n \frac{(n\sqrt{-1})^m}{1.2\ldots m} p^m \mathrm{x}^n;$$

la première des sommations qu'indique le signe Σ étant relative aux diverses valeurs de m. Ainsi, la fonction f(x), développée d'abord en une série simple ordonnée suivant les puissances entières de x, sera encore développable en

une série double et convergente, ou du moins en une série double syntagmatique ordonnée suivant les puissances ascendantes de l'argument p, et suivant les puissances entières du module x. Lorsque cette série double sera convergente, on pourra renverser l'ordre des sommations, et substituer à l'équation (3) cette autre formule

$$(4) \qquad f(x) = \Sigma \frac{(n\sqrt{-1})^m}{1.2\ldots m} \mathrm{x}^n p^m.$$

Alors aussi, en posant pour abréger

$$h_m = \Sigma k_n \frac{(n\sqrt{-1})^m}{1.2\ldots m} \mathrm{x}^n,$$

on trouvera

$$(5) \qquad f(x) = \Sigma h_m p^m,$$

la somme qu'indique le signe Σ s'étendant à toutes les valeurs entières, nulle et positives, de m.

» Il est bon d'observer que, dans l'équation

$$x = \mathrm{x}\, e^{p\sqrt{-1}},$$

on peut toujours supposer l'argument p compris entre les limites $-\pi$, $+\pi$. Adoptons cette supposition. Pour que la série double produite par le développement de la fonction

$$f(x) = f\left(\mathrm{x}\, e^{p\sqrt{-1}}\right)$$

reste convergente, il suffira que l'expression

$$f\left(\mathrm{x}\, e^{p\sqrt{-1}}\right),$$

considérée comme fonction de deux variables x et p, reste continue par rapport à ces variables, dans le cas même où chacune d'elles, sans changer de module, deviendrait imaginaire; et comme, dans ce cas, pour un module de p compris entre les limites $-\pi$, $+\pi$, le module de l'exponentielle trigonométrique $e^{p\sqrt{-1}}$ ne pourrait dépasser la limite supérieure e^{π}, ni la limite inférieure $e^{-\pi}$, il suffira que des deux produits

$$\mathrm{x}\, e^{\pi}, \qquad \mathrm{x}\, e^{-\pi},$$

le premier ne puisse devenir supérieur à la limite a, ni le second inférieur à la limite $a_{,}$. En d'autres termes, il suffira que les logarithmes népériens des rapports

$$\frac{a}{x}, \qquad \frac{x}{a_{,}}$$

surpassent tous deux le nombre

$$\pi = 3,14159265\ldots$$

» D'autre part, en désignant par u, v deux variables nouvelles qui aient pour modules a, $a_{,}$, et pour argument un angle variable φ, on aura

(6) $$f(x) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi}\frac{u}{u-x}f(u)\,d\varphi - \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi}\frac{v}{v-x}f(v)\,d\varphi.$$

Ce n'est pas tout : si l'on pose, pour abréger,

$$l\left(\frac{a}{x}\right) = \theta,$$

l'équation

(7) $$u - x = 0$$

pourra s'écrire comme il suit :

$$e^{\theta+\varphi\sqrt{-1}} = e^{p\sqrt{-1}},$$

et cette équation, résolue par rapport à p, offrira une infinité de racines de la forme

(8) $$p = \varphi - \theta\sqrt{-1} + 2i\pi,$$

i désignant une quantité entière positive ou négative. On trouvera par suite

(9) $$\frac{u}{u-x} = \sqrt{-1}\,\Sigma\frac{1}{p-(\varphi+2i\pi)+\theta\sqrt{-1}},$$

la somme qu'indique le signe Σ s'étendant à toutes les valeurs entières de i. De même, en posant

$$l\left(\frac{x}{a_{,}}\right) = \theta_{,},$$

on trouvera

(10) $$\frac{v}{v-x} = \sqrt{-1}\,\Sigma\frac{1}{p-(\varphi+2i\pi)-\theta_{,}\sqrt{-1}}.$$

Cela posé, on tirera évidemment de la formule (6)

$$(11)\quad \mathrm{f}(x)=\frac{\sqrt{-1}}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi}\Sigma\left[\frac{\mathrm{f}(u)}{p-(\varphi+2i\pi)+\theta\sqrt{-1}}-\frac{\mathrm{f}(v)}{p-(\varphi+2i\pi)-\theta_{,}\sqrt{-1}}\right]d\varphi.$$

Lorsque le nombre π est effectivement compris entre les limites θ, $\theta_{,}$, qui représentent les logarithmes népériens des rapports $\frac{\mathrm{a}}{\mathrm{x}}$, $\frac{\mathrm{x}}{\mathrm{a}_{,}}$, on peut développer suivant les puissances ascendantes de p chacune des fractions comprises sous le signe $\int$ dans le second membre de la formule (11), et alors on obtient la valeur de f (x), développée à son tour suivant les puissances ascendantes de p, par une formule qui s'accorde nécessairement avec l'équation (5). Ajoutons que si, dans le second membre de la formule (11); on nomme $\mathfrak{P}$ la partie correspondante à une valeur nulle de i, on aura

$$(12)\qquad \mathfrak{P}=\frac{\sqrt{-1}}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi}\left[\frac{\mathrm{f}(u)}{p-\varphi+\theta\sqrt{-1}}-\frac{\mathrm{f}(v)}{p-\varphi-\theta_{,}\sqrt{-1}}\right]d\varphi,$$

et, par suite,

$$(13)\qquad \mathfrak{P}=\Sigma\, c_m p^m,$$

la valeur de c_m étant

$$(14)\qquad c_m=\frac{(-1)^{m+1}\sqrt{-1}}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi}\left[\frac{\mathrm{f}(u)}{(\varphi-\theta\sqrt{-1})^{m+1}}-\frac{\mathrm{f}(v)}{(\varphi-\theta_{,}\sqrt{-1})^{m+1}}\right]d\varphi.$$

Remarquons, enfin, que des formules (5) et (13) on tirera

$$\mathrm{f}(x)-\mathfrak{P}=\Sigma(h_m-c_m)p^m;$$

et, par conséquent,

$$(15)\qquad \mathrm{f}(x)=\mathfrak{P}+\Sigma(h_m-c_m)p^m.$$

» Supposons maintenant que le nombre π cesse d'être renfermé entre les limites θ, $\theta_{,}$. Alors les équations (5) et (13) cesseront d'être exactes, attendu que les fractions renfermées sous le signe $\int$, dans la valeur de $\mathfrak{P}$, cesseront d'être toujours développables en séries ordonnées suivant les puissances ascendantes de p. Mais il n'en sera pas de même des autres fractions renfermées sous le signe $\int$ dans le second membre de la formule (11), attendu

que, pour une valeur de i différente de zéro, et pour une valeur de φ comprise entre les limites $-\pi$, $+\pi$, les modules des expressions imaginaires

$$\varphi + 2i\pi + \theta\sqrt{-1}, \quad \varphi + 2i\pi - \theta_{\prime}\sqrt{-1},$$

seront toujours supérieurs au nombre π. Donc alors, la formule (15) continuera de subsister. Ainsi, dans le cas où le développement de $\mathrm{f}(x)$ en série ordonnée suivant les puissances ascendantes de p deviendra divergent, il suffira de modifier la série obtenue, comme l'indique la formule (15), pour retrouver un développement convergent auquel devra s'ajouter la valeur de $\mathfrak{P}$ déterminée par l'équation (12). Remarquons encore que, dans la formule (12), les fractions comprises sous le signe $\int$ pourront généralement se développer pour certaines valeurs de φ, suivant les puissances ascendantes de p, et pour d'autres valeurs de φ, suivant les puissances descendantes de p, et qu'en conséquence, la fonction $\mathfrak{P}$ sera toujours développable, suivant les puissances ascendantes et descendantes de p, en une série dont les coefficients seront des intégrales prises entre des limites qui dépendront elles-mêmes de l'argument p.

» Je développerai, dans d'autres articles, les conséquences les plus remarquables des nouvelles formules que je viens d'établir. »

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Mémoire sur les approximations des fonctions de très-grands nombres; par* M. **Augustin Cauchy**.

« Au moment où il s'agissait de proposer un sujet de prix pour les Sciences mathématiques, un de nos confrères remarquait avec raison que les travaux des géomètres sur la détermination des fonctions de très-grands nombres laissaient encore beaucoup à désirer. J'ai, il est vrai, dans un précédent Mémoire, étendu la théorie de leurs approximations, en établissant des formules qui comprennent, comme cas particuliers, celles que Laplace avait données. Mais, dans le Mémoire de 1827, je me suis borné au calcul du premier terme de la série qui représente la fonction dont on cherche la valeur approchée. Ayant réfléchi de nouveau sur cet objet, j'ai été assez heureux pour obtenir une théorie générale qui fournit, avec les valeurs approchées des fonctions, leurs développements en séries convergentes ou en séries syntagmatiques dont les sommes représentent les fonctions elles-mêmes. Cette théorie nouvelle est fondée sur la considération de la série qu'on obtient quand on développe une fonction d'une seule variable suivant

les puissances entières de l'argument de cette variable. Les formules auxquelles je parviens renferment une transcendante unique, savoir, l'intégrale de l'exponentielle négative qui a pour exposant le carré d'une variable. Mes formules peuvent être appliquées, avec un égal succès, et aux problèmes du calcul des chances, et aux problèmes astronomiques. Elles fournissent un nouveau moyen de calculer aisément les mouvements des planètes, et, en particulier, les inégalités périodiques d'un ordre élevé.

» Dans un prochain article, j'exposerai en détail les calculs et les résultats que je viens d'indiquer sommairement. »

ANATOMIE COMPARÉE. — « M. **Duvernoy** adresse une *Note additionnelle* au Mémoire *sur le système nerveux des Mollusques acéphales bivalves*, qu'il a communiqué à l'Académie des Sciences, dans la séance du 25 novembre dernier.

» Dans les conclusions qui forment la troisième partie de ce Mémoire, je m'exprime ainsi qu'il suit, § XVIII, au sujet d'un cordon nerveux qui règne le long du bord du manteau des *Peignes*, que M. *Garner* n'a pas connu (en 1837), qui avait été indiqué plutôt que décrit par MM. *Grube* et *Krohn* (en 1840), et dont je pense avoir reconnu, décrit et figuré le premier la disposition complétement circulaire. « J'ai tout lieu de croire, dis-je à la fin de ce paragraphe,
» que ce cordon (circulaire) existe chez tous les Mollusques qui ont le
» manteau largement ouvert par-devant, comme les Peignes, et son bord
» libre garni d'organes tactiles. »

» En ce moment, je suis parvenu à le reconnaître dans une espèce de *Lime* (*Lima glacialis*, Lam., *aspera*, Born.), et dans l'*Huître comestible*.

» Dans cette disposition singulière du système nerveux, les nerfs qui partent des ganglions centraux se dirigent comme des rayons vers la circonférence du manteau et aboutissent par leurs dernières divisions dans le cordon circulaire. Ce cordon, qui envoie au moins un filet nerveux à chaque tentacule, est d'autant plus gros, que le nombre de ces tentacules est plus grand, et qu'ils sont plus développés.

» Dans une autre disposition générale du système nerveux des bivalves, celle qui est la plus commune, l'action nerveuse circulaire, se partage dans les deux moitiés du manteau.

» A cet effet, les nerfs que j'appelle *palléal antérieur* et *palléal postérieur*, de chaque côté, contournent, par leur tronc ou par une branche principale, le bord du manteau, à la manière du cordon circulaire des Peignes,

et finissent par se joindre (c'est du moins ce que j'ai pu constater dans la *Moule comestible*).

» Il en résulte que l'action nerveuse est divisée ici dans un double circuit; tandis que, dans la disposition précédente, il n'y en a qu'un seul pour toute la circonférence du manteau.

» Il en résulte encore que la disposition des principaux nerfs qui partent des centres nerveux, est complétement rayonnante dans ce dernier cas, et qu'elle l'est beaucoup moins décidément dans l'autre.

» J'ajouterai aux conclusions que j'avais cru devoir tirer de mes recherches, et qui sont exprimées dans les vingt-cinq paragraphes composant la troisième partie de mon Mémoire, le paragraphe suivant :

» § XXVI. — Les *Mollusques acéphales bivalves,* qui ont le *manteau largement ouvert* et garni de nombreux appendices tactiles et de tubercules qui paraissent propres à la vision, *sont les plus avancés ou les plus élevés dans le degré d'animalité;* tandis que ceux qui ont le manteau *complétement fermé,* sauf l'ouverture antérieure unique pour l'entrée de l'eau et des aliments, et les deux ouvertures postérieures des tubes respirateur et excréteur des fécès, *sont les plus inférieurs.*

» Ce résultat montre, d'ailleurs, combien l'illustre auteur du *Règne animal* a eu raison de classer les *Mollusques acéphales bivalves ou lamellibranches,* d'après les différences que présente le manteau, dans son degré d'ouverture et dans ses appendices.

» Je me réserve de traiter ce sujet plus en détail, ainsi que je l'ai annoncé dans le texte de mon Mémoire, après avoir multiplié mes Monographies.

» Celles que j'ai eu l'honneur de présenter à l'Académie, dans sa séance du 25 novembre dernier, concernent vingt espèces. En voici la série :

N° 1 : *Ostrea edulis ;*
N° 2 : *Chama gigas ;*
N° 3 : *Pecten maximus ;*
N° 4 : *Anomia ephippium ;*
N° 5 : *Pinna nobilis ;*
N° 6 : *Arca inæquivalvis ;*
N° 7 : *Unio pictorum ;*
N° 8 : *Anodontes cygneus ;*
N° 9 : *Mytilus edulis;*
N° 10 : *Lithodomus caudigerus ;*
N° 11 : *Modiola albicosta ;*
N° 12 : *Lucina tigerina ;*
N° 13 : *Cardium edule ;*

N° 14 : *Mactra semistriata;*
N° 15 : *Mesodesma Quoyi;*
N° 16 : *Psammobia vespertinalis;*
N° 17 : *Solen vagina;*
N° 18 : *Pholas dactylus;*
N° 19 : *Pandora rostrata;*
N° 20 : *Panopea australis.*

» En commençant ce travail, il y a plusieurs années, immédiatement après la communication que j'avais faite à l'Académie (le 8 novembre 1841), sur l'*animal de l'Onguline*, j'ai eu l'intention de multiplier beaucoup de pareilles monographies, à mesure que je pourrais me procurer de bons sujets d'observations. Outre l'intérêt physiologique que ce sujet pouvait avoir, je me suis proposé, en le traitant, de contrôler, par les différences que pourrait me présenter l'étude approfondie et détaillée du système nerveux, les classifications adoptées. C'était donc à la fois une longue étude d'anatomie physiologique et d'anatomie systématique, dont j'ai présenté à l'Académie les premiers résultats. Ce Mémoire m'ayant été rendu par M. le Président et doyen d'âge de la Section de Zoologie, je le soumets de nouveau au jugement de l'Académie, avec la Note additionnelle de ce jour, et je prie M. le Président de vouloir bien désigner des Commissaires pour cet examen.

» On comprendra facilement que je devais insister pour avoir des Commissaires, si l'on réfléchit que le texte de ce travail n'a pas été examiné par la Section de Zoologie, et que le temps lui ayant manqué sans doute, pour apprécier sa valeur scientifique, ainsi que je l'avais espéré, dans une circonstance récente, on a pu croire que son dépôt n'avait pas d'autre but. »

RAPPORTS.

VOYAGES SCIENTIFIQUES. — *Rapport sur les collections de zoologie et de botanique faites en Abyssinie, par* MM. les docteurs **Antoine Petit** *et* **Richard Quartin-Dillon**, *dans l'expédition dirigée par* M. **Lefebvre**, *lieutenant de la Marine royale.*

(Commissaires, MM. Isidore Geoffroy-Saint-Hilaire, pour la zoologie, et A. Richard, pour la botanique.)

« Une Commission scientifique, composée de MM. Lefebvre, lieutenant de la Marine royale, Antoine Petit et Richard Quartin-Dillon, docteurs en médecine de la Faculté de Paris, auxquels se joignit, un peu plus tard, un jeune

géologue, M. Vignaud, partait, il y a environ cinq années, pour aller explorer l'Abyssinie. Quatre années s'étaient à peine écoulées, et M. Lefebvre revenait seul en Europe; ses trois compagnons de voyage avaient payé de leur vie leur zèle et leur amour pour la science. Deux avaient succombé à ces fièvres pernicieuses qui rendent presque toujours mortel, pour les Européens, le séjour des vallées si chaudes et si encaissées de l'ancienne Éthiopie. M. le docteur Petit, par une fatalité encore plus cruelle, si cela est possible, au moment où, après quatre années de travaux et de dangers, il se disposait à revenir en France, a trouvé dans les eaux du Nil, auprès de Gondar, une fin encore plus déplorable.

» Ce sont les collections d'histoire naturelle recueillies pendant cette malheureuse expédition, que l'Académie nous a chargés d'examiner et de lui faire connaître.

» Considérée sous le point de vue de la géographie et de l'histoire naturelle, l'Abyssinie est une des parties de l'Afrique les moins bien connues. Elle forme, comme chacun le sait, un immense plateau d'une élévation moyenne de 1500 à 2000 mètres au-dessus de la mer. Quoique entièrement placée entre les tropiques, cette vaste contrée a néanmoins une température moyenne qui excède à peine celle de la France ou de l'Italie; c'est ce qu'explique parfaitement, malgré sa situation, la grande élévation de ses terres au-dessus du niveau de la mer Rouge. Ce pays est coupé par des vallées souvent très-étendues, ordinairement profondes et à bords abruptes, qui offrent pour le voyageur de pénibles obstacles à franchir. Commençant à peu de distance des bords sablonneux de la mer Rouge, par des gradins successifs, les hautes terres d'Abyssinie se déversent sensiblement dans la direction N.-O., vers la vallée du Nil-Bleu et celle du Tacazé.

» Cette direction est aussi celle de ces nombreux ravins qui brisent, en quelque sorte, le plateau éthiopien, et des cours d'eau qui vont grossir le Nil et vivifier l'Égypte. Vers le sud, la pente générale du terrain est tout à fait opposée, elle s'incline vers le S.-E. et les eaux du Juba, et de ses nombreux affluents vont s'ouvrir un passage sur la côte inhabitée du Zanguebar.

» Une contrée tropicale qui offre une élévation aussi grande, mais coupée de vallées profondes, doit présenter un intérêt tout particulier pour le naturaliste voyageur qui la parcourt. Quelle variété et surtout quelle différence tranchée n'observe-t-il pas dans les animaux et les plantes qui s'offrent à ses yeux! Sur le plateau où la salubrité de l'air, la douceur de la température et la fertilité du sol ont fixé le plus grand nombre de ses habitants, il

voit des champs de blé, d'orge, d'avoine, de millet, de lin, de colza qui lui rappellent les cultures de l'Europe. A peu de distance de là, s'il descend dans une de ces vallées profondes dont le sol est si fréquemment coupé, la canne à sucre, le bananier, le caféier, l'indigotier, le tamarinier, le baobab, les mimeuses gommifères, les cotonniers et une foule de végétaux ligneux à dimensions colossales et à fleurs grandes et brillantes lui prouvent, par le luxe de leur végétation, qu'il parcourt une région chaude et tropicale.

» Les mêmes différences s'observent dans les animaux du plateau, et dans ceux qui vivent au milieu des vallées. Ces derniers sont le lion, la panthère, la civette, l'hyène, l'éléphant, le rhinocéros, l'hippopotame, la girafe, l'autruche, le crocodile, en un mot, la plupart des Vertébrés qui caractérisent les contrées les plus chaudes de l'Afrique tropicale.

» Néanmoins, même dans les parties de l'Abyssinie que leur élévation rapproche en quelque sorte des contrées tempérées de l'Europe, se montrent une foule de productions des pays tropicaux. Si dans le règne végétal, par exemple, on rencontre un assez grand nombre de genres qui soient les mêmes que ceux de la flore européenne, ce sont, en général, des espèces tout à fait différentes qui, sur le plateau de l'Abyssinie, en sont les représentants. Dans les vallées, au contraire, genres et espèces sont étrangers à la végétation de l'Europe, et l'un de vos Commissaires a reconnu dans les collections botaniques de l'Abyssinie, indépendamment des plantes qui appartiennent exclusivement à ce pays, des végétaux du Sénégal et des parties les plus chaudes de l'Inde.

» Parmi les voyageurs qui ont visité l'Abyssinie, très-peu avaient pour but principal l'exploration de ce vaste pays, sous le point de vue des sciences naturelles. Pour la partie botanique, nous ne connaissons aucun travail spécial de quelque étendue qui ait été publié sur la végétation de cette contrée. Bruce est presque le seul qui dans son voyage ait décrit et figuré un petit nombre de végétaux parmi les plus remarquables de ceux qu'il avait observés. A la suite du voyage de Salt, on trouve un appendice contenant un catalogue de 146 espèces de plantes abyssiniennes. On doit d'autant plus regretter que ces végétaux n'aient pas été décrits, que les espèces en avaient été déterminées par notre célèbre collègue M. R. Brown. MM. Schimper et Ruppel sont les deux seuls naturalistes qui aient visité l'Abyssinie avant l'expédition commandée par M. Lefebvre. Mais le premier, botaniste habile, qui habite l'Abyssinie depuis près de sept ans, n'a encore rien publié sur les nombreuses espèces végétales qu'il y a recueillies. Un simple catalogue est imprimé à

Erlang, par MM. Steudel et Hochstetter, à mesure que quelques envois nouveaux arrivent en Allemagne.

» M. Ruppel, au contraire, a publié un ouvrage extrêmement important sur les animaux qu'il avait observés non-seulement en Abyssinie, mais dans les autres parties de l'Afrique qu'il a successivement visitées. Cet ouvrage, qui a paru à Francfort-sur-le-Mein, de 1835 à 1840, est accompagné de figures coloriées, exécutées avec beaucoup de soins et de vérité.

» Malgré cette importante publication, malgré les obstacles sans nombre que nos jeunes compatriotes ont eu à vaincre, et quoiqu'une mort prématurée soit venue les saisir au milieu de leurs travaux, nous verrons cependant que leurs collections, que l'Académie nous a chargés d'examiner, offrent encore un grand nombre de faits nouveaux pour la science et témoignent du zèle, de l'aptitude et des connaissances de ceux qui les ont formées.

» Le long séjour que la Commission scientifique française a fait en Abyssinie a donné à MM. Lefebvre, Petit et Quartin-Dillon la facilité de parcourir et d'explorer un grand nombre de provinces que nul Européen avant eux n'avait visitées, surtout dans le but d'en étudier les productions naturelles. Nous citerons ici, entre autres, les provinces suivantes: Azébo-Galla, Yedjou, Téouladéré, Ouaré-Kallo, Telfeigne, au pied du grand plateau à l'est, vis-à-vis la plaine de Sel, et plusieurs autres encore qui n'ont été, en quelque sorte, que traversées en courant par quelques-uns des voyageurs qui ont visité l'Abyssinie, tandis que nos jeunes compatriotes y ont fait un séjour plus ou moins prolongé.

» Les collections de zoologie, dues surtout aux travaux de M. le docteur Antoine Petit, comprennent, mais en nombre fort inégal, des animaux de toutes les classes.

» Les Zoophytes et les Mollusques sont en petit nombre, MM. Petit et Quartin-Dillon s'étant malheureusement trouvés, pendant une grande partie du voyage, dépourvus de bocaux et d'alcool, et, par conséquent, privés de la possibilité de conserver les animaux des classes inférieures.

» Les animaux articulés appartiennent à la classe des Arachnides et à celle des Insectes. Ils sont au nombre d'environ quatre cents individus, formant cent quatre-vingts espèces différentes, savoir : huit Arachnides, quatre-vingt-huit Coléoptères, trois Orthoptères, vingt et un Hémiptères, dix-neuf Hyménoptères, trente-sept Lépidoptères et trois Diptères. Sur ces cent quatre-vingts espèces, il y en a environ soixante-dix tout à fait nouvelles, et qui, jusqu'à présent, n'avaient pas été rapportées en Europe.

» La classe des Reptiles et celle des Poissons, par la même raison que nous

avons indiquée à l'égard des Zoophytes et des Mollusques, n'ont été représentées que par un petit nombre d'individus. Parmi les Reptiles se trouvent quelques espèces rapportées, il y a près d'un demi-siècle, par M. Geoffroy-Saint-Hilaire père, mais restées encore fort rares dans les collections. Au nombre des Batraciens, nous avons vu une espèce tout à fait nouvelle, fort remarquable par l'élégance de sa coloration, et que MM. Duméril et Bibron ont décrite dans leur *Erpétologie générale* sous le nom d'*Eucnemis viridiflavus*.

» La classe des Mammifères offre vingt espèces, parmi lesquelles nous avons remarqué diverses Antilopes et le Colobe Guereza de M. Ruppel. L'individu envoyé par MM. Petit et Quartin-Dillon a présenté une particularité intéressante dans l'existence, à l'une des mains antérieures, précisément à la place du pouce, d'un petit tubercule dans lequel on ne peut voir qu'un vestige de ce doigt. Ce caractère a été récemment décrit d'après l'individu de M. Petit; mais nous devons dire que nous l'avons trouvé mentionné dans un de ses registres d'observations, et c'est une des preuves du soin avec lequel ce voyageur observait les animaux qui s'offraient à lui.

» De toutes les classes du règne animal, celle des oiseaux est, sans contredit, celle que MM. Petit et Quartin-Dillon ont le plus enrichie. Leur collection se compose de plus de deux cents espèces, parmi lesquelles un certain nombre sont nouvelles ou rares, et manquaient presque complétement dans les collections déjà si riches du Muséum.

» On doit encore à MM. Petit et Quartin-Dillon un certain nombre de squelettes et de crânes de Mammifères et d'oiseaux. Le plus remarquable est celui d'un individu abyssin de l'Hyène tachetée, que la plupart des auteurs indiquent encore comme appartenant exclusivement à l'Afrique australe, et qui même a été quelquefois nommée *Hyæna capensis*.

» Cet aperçu des collections zoologiques, envoyées par MM. Lefebvre, Antoine Petit et Quartin-Dillon, est loin de donner une idée complète de leurs travaux. Nous avons sous les yeux les cahiers de notes et les portefeuilles de ces voyageurs, et en particulier ceux de M. Petit, spécialement chargé de la zoologie, et nous y trouvons, mieux encore que dans l'examen de leurs collections, la preuve du zèle infatigable, des connaissances variées et des efforts constants de ces voyageurs pour s'acquitter dignement de la mission qu'ils avaient reçue.

» Dans les cahiers de notes et d'observations de M. le docteur Ant. Petit, outre un travail considérable, dont l'appréciation appartient à une autre Académie, un dictionnaire et une grammaire de la langue amharique, faits

dans le Tigré en 1842, nous trouvons, à l'égard de la plupart des animaux recueillis par ce naturaliste, leurs noms de pays, l'indication quelquefois détaillée de leur habitation et de leurs habitudes, des Notes sur les croyances et les préjugés admis pour chacun d'eux, et la description des parties qui se détériorent ou se défigurent quand l'animal est conservé. Pour les oiseaux, classe que M. Petit a particulièrement étudiée, il ne se borne même pas à décrire les parties susceptibles de décoloration ou de déformation, il place à côté de la description un croquis coloré du bec, du tour de l'œil, et presque toujours de la tête tout entière. Sous ce rapport, le registre de notes de M. Petit peut être considéré comme un véritable modèle à proposer à l'imitation des autres voyageurs.

» On doit, en outre, à MM. Petit, Quartin-Dillon et Vignaud, trois atlas qui sont d'un véritable intérêt dans la science; nous reviendrons sur eux tout à l'heure.

» Pour bien nous rendre compte de l'importance des herbiers faits en Abyssinie, par MM. Quartin-Dillon et Ant. Petit, nous nous sommes livrés à un travail assez long et pénible. Toutes les plantes ont été rangées par nous en familles, genres et espèces, et quoiqu'un semblable travail, nécessairement assez rapide, ne puisse être que provisoire, il nous donnera les moyens de mettre l'Académie à même de porter un jugement plus éclairé sur cette partie des collections.

» On peut évaluer à environ quinze cents le nombre des espèces de plantes qui composent les herbiers de MM. Quartin-Dillon et Petit. Dans l'état actuel de la science, et avec les accroissements qu'elle éprouve chaque année, il n'est pas aisé de déterminer de prime abord le nombre précis d'espèces nouvelles que renferment ces collections. Cependant nous croyons qu'on peut porter à plus de *quatre cents* les espèces complétement nouvelles, et qui viendront fournir des matériaux nouveaux pour le perfectionnement de la botanique. Pour donner à l'Académie une idée des richesses scientifiques que nos jeunes et infortunés compatriotes ont su trouver en Abyssinie, nous dirons qu'ayant étudié à fond les plantes d'une famille, en particulier celle des Orchidées de cette contrée, nous avons reconnu que sur les vingt-quatre espèces dues à MM. Quartin-Dillon et Petit, vingt-trois étaient nouvelles et inconnues jusqu'ici.

» Nos jeunes voyageurs ne se sont pas bornés à recueillir les plantes sauvages qu'ils rencontraient dans leurs excursions; ils ont porté une attention toute particulière sur celles qu'on cultive en grand, soit pour la nourriture de l'homme et celle des animaux domestiques, soit pour leurs usages dans

les arts. Nous pourrions citer ici un grand nombre de plantes qui fournissent des aliments sains, des principes colorants variés, des bois magnifiques de construction ou des médicaments énergiques, et dont la connaissance est due à MM. Petit, Quartin-Dillon et Lefebvre. Ainsi, l'indigotier croît sauvage en Abyssinie; les mimeuses gommifères y sont excessivement répandues, et la gomme que nous avons eue sous les yeux nous a paru au moins égale à celle qu'on récolte en Égypte et au Sénégal; le tamarin, le séné, l'encens, le tabac, et une foule d'autres substances médicamenteuses, pourraient devenir des objets importants de commerce. Parmi ces médicaments, il en est quelques-uns qu'il serait très-important et très-facile de voir s'introduire en Europe; tels sont, par exemple, ceux qu'on emploie avec tant de succès en Abyssinie au traitement du ver solitaire, et qu'on connaît sous les noms de *Cosso*, d'*Abatchogo* et de *Besenna*.

» Nous ne donnerions qu'une idée incomplète des collections abyssiniennes que l'Académie nous a chargés d'examiner, si nous n'appelions toute son attention sur le magnifique atlas qui les accompagne. Les dessins, de format in-folio et en couleur, ont été exécutés en Abyssinie, par MM. Quartin-Dillon, Petit et Vignaud, mais plus particulièrement par ce dernier. Ils sont au nombre d'environ quatre cents, divisés en trois catégories : l'historique, contenant les cartes, les vues de pays, les costumes, les armes, etc.; la zoologie et la botanique.

» Ces dessins sont extrêmement remarquables sous le rapport de l'exécution; ils ont, sur des figures faites par de simples artistes, un énorme avantage, celui d'une exactitude rigoureuse, qui les rend très-précieux pour la science. Ils seront du plus grand secours pour la publication des matériaux recueillis par MM. Lefebvre, Quartin-Dillon, Petit et Vignaud, en reproduisant avec leurs formes vraies, leur port, leurs couleurs naturelles, les animaux et les plantes les plus curieuses du pays où ils ont été exécutés.

» En résumé, les collections d'histoire naturelle faites en Abyssinie par MM. les docteurs Ant. Petit et Quartin-Dillon, et soumises à l'appréciation de l'Académie par M. Lefebvre, ont une véritable importance pour la science; elles nous feront connaître, d'une manière presque complète, la végétation d'un pays jusqu'alors à peine connue, en même temps qu'elles ajoutent à la connaissance qu'on avait déjà des animaux variés qui y habitent. Par le grand nombre d'espèces nouvelles qu'elles renferment, par les documents variés qui les accompagnent, elles viendront ajouter de nouveaux et importants matériaux pour les progrès de l'histoire naturelle. Il est donc bien à désirer, dans l'intérêt des sciences, que le Gouvernement qui

a ordonné cette expédition fournisse à M. Lefebvre, qui la dirigeait, les moyens d'en faire connaître les résultats par la voie de la publication. »

Les conclusions de ce Rapport sont adoptées.

L'Académie décide qu'une copie du présent Rapport sera envoyée à MM. les Ministres de la Marine, de l'Instruction publique et du Commerce, pour leur faire connaître l'importance des résultats scientifiques de ce voyage, et leur témoigner l'intérêt que l'Académie prendrait à leur publication.

M. **Serres** commence la lecture d'un Rapport sur les ouvrages adressés au Concours pour le *prix extraordinaire concernant la Vaccine*.

Cette lecture sera continuée dans la prochaine séance.

MÉMOIRES LUS.

ÉCONOMIE RURALE. — *Vues pratiques sur les améliorations les plus importantes, les plus faciles et les moins coûteuses à introduire dans notre agriculture; par* M. **J.-E. Dezeimeris**. (Extrait par l'auteur.)

(Commissaires, MM. de Silvestre, de Gasparin, Boussingault.)

« Hippocrate mérita le titre de père de la médecine, pour avoir séparé l'étude de sa profession de celle de la philosophie. Il avait compris parfaitement que la médecine qui guérit, la médecine du médecin, n'avait rien de commun avec celle des philosophes.

» L'agriculture attend un Hippocrate qui vienne revendiquer pour elle l'indépendance contre les prétentions des sciences qui, sous le titre d'accessoires ou d'auxiliaires, n'ont cessé depuis trop longtemps de la dominer.

» Les théories agronomiques empruntées à ces sciences manquent jusqu'ici de bases solides; la théorie est encore dans l'enfance, mais l'art agricole est riche en notions pratiques parfaitement sûres.

» En cet état de choses, comment se fait-il qu'en France on s'obstine à prendre la voie de l'enseignement théorique pour introduire et propager dans le pays les améliorations qui y sont si nécessaires?

» A voir les ouvrages les plus estimés dont notre littérature agronomique s'est récemment enrichie, il semble que l'agriculture soit non l'art de tirer du sol des produits avantageux, mais l'art d'expliquer le mécanisme intérieur de la production : explications fort savantes assurément, qu'on trouve fort plausibles quand on les examine une à une et séparément, mais qui ont le mal-

heur d'être contradictoires, ce qui ne permet jamais d'avoir foi qu'en la dernière.

» Un pêcher a vécu douze ou quinze ans et périt. Un pêcher planté à la même place n'y réussirait pas; un poirier y viendra parfaitement. Pourquoi cela? Si vous tenez à le savoir, la science vous en donnera dix raisons pour une, dont neuf ne sont plus la vraie. Un praticien ne vous dira pas pourquoi, mais il sait le fait, et, à l'occasion, il ne manquera pas d'en faire son profit.

» Une terre vient de porter une récolte superbe de pois; si vous lui en demandez l'année suivante, elle vous les donnera fort médiocres, misérables si vous voulez la forcer à en porter une troisième fois. Le cultivateur qui sait cela parfaitement, vous affermera, pour cultiver des pois, un arpent de terre qui n'en aura porté depuis fort longtemps, deux ou trois fois plus cher que l'arpent qui en aura donné il y a peu d'années. Pourquoi cela? Nous pensions en savoir la raison l'an passé, mais il vient d'être démontré cette année que cette raison n'était pas la véritable.

» Les céréales n'aiment pas à succéder aux céréales. La théorie est là pour vous expliquer le fait. Mais patience, le fait n'est pas absolu; l'expérience y a constaté des nuances. Le froment vient mal après le froment, fort mal si l'on réitère, extrêmement mal si l'on insiste; le seigle vient mieux après le seigle, l'avoine après l'avoine; l'orge réussit après le froment, le froment ne veut pas venir après l'orge. Bien, dit la théorie, en voici l'explication, ou plutôt en voici deux, quatre, six explications diverses; choisissez. Il est prudent d'attendre, pour choisir, que la dernière théorie, la vraie sans doute, prenant des échantillons de deux champs dont elle ignorera l'histoire, nous dise:
« Voici une terre dont les caractères m'indiquent qu'elle vient de porter du
» blé trois années de suite; n'y en mettez pas celle-ci, il n'y réussirait pas;
» cette autre n'a certainement pas produit de céréales depuis un an ou deux,
» elle est prête à en porter. »

» Nous ne saurions conseiller aux cultivateurs d'attendre ces avis pour leurs semailles prochaines; ils feront mieux de s'en tenir provisoirement aux notions pratiques parfaitement sûres que l'expérience des siècles nous a procurées sur ce point.

» C'est donc à l'expérience, à l'expérience seule qu'il en faut revenir. C'est d'après elle que nous allons essayer de résumer les principes fondamentaux de l'agriculture, après quoi nous en formulerons l'application dans un ensemble de procédés pratiques, dans un système d'exploitation plus simple, plus facile et surtout plus économique que ce qui s'est fait jusqu'à présent;

système n'exigeant ni plus de lumières que n'en ont en général nos pauvres cultivateurs, ni plus de capitaux qu'ils n'en possèdent.

» Quand on se donne la peine d'examiner et de comparer dans des voyages agronomiques, des topographies, des statistiques, les détails et les produits de l'agriculture de diverses nations, ou de différentes contrées d'un même pays, on est frappé de l'extrême variété des procédés de culture et de l'extrême uniformité d'un résultat qui prédomine toujours par-dessus tous les autres et qui se résume en ce peu de mots : « Partout et toujours les pro-
» duits et les bénéfices de l'agriculture sont proportionnels à la quantité
» d'engrais, par conséquent à l'étendue des champs consacrés à nourrir du
» bétail, comparée à celle des champs en cultures épuisantes. »

» (Ici se placent des exemples d'améliorations agricoles sur des domaines particuliers, par la culture en grand des fourrages.)

» Mais laissons les faits isolés dont nous pourrions produire une multitude, et citons des exemples analogues fournis par des cantons, par des provinces, par des pays entiers; près de nous, dans des contrées lointaines; de notre temps, dans des siècles reculés; en deux mots, partout et toujours.

» (Exemples de cantons qui ont passé rapidement de la misère à une grande prospérité, en restreignant la culture des céréales, et pratiquant sur une grande échelle celle des fourrages.)

» Passons à des exemples plus considérables, sinon plus frappants.

» Il n'y a pas trois quarts de siècle que l'Allemagne, soumise à l'assolement triennal, et n'ayant de prairies que ce qu'il en fallait pour l'entretien du bétail de travail, produisait à peine assez de seigle et d'épeautre pour nourrir une population clair-semée sur son territoire. Schubart y introduisit la culture du trèfle; l'illustre Thaer y importa les principes et les pratiques de l'agriculture anglaise, et la rapidité de la marche des nations germaniques, depuis cette époque, dans la carrière des richesses, a quelque chose de merveilleux. A mesure qu'on semait plus d'herbe et moins de blé, on récoltait à la fois plus de viande et plus de céréales; et la quantité d'engrais croissant de jour en jour, on substituait le froment au seigle sur des terrains froids et sablonneux qui naguère pouvaient à peine produire la moins exigeante des céréales; et la prairie artificielle une fois semée, occupant le sol plusieurs années sans exiger de façons, les frais de culture diminuaient en même temps que s'accroissaient les produits.

» On avait vu, en d'autres siècles et en d'autres pays, et sur une échelle non moins vaste, une révolution en sens exactement inverse, confirmer les mêmes principes, révéler, pour l'observateur attentif, les mêmes vérités. Un

des exemples les plus frappants qu'on puisse citer à cet égard est celui que nous fournit l'Italie ancienne. Nulle part, en effet, la loi agronomique que nous voulons constater ne s'est plus nettement, plus complétement réalisée. Outre l'intérêt historique et de curiosité qui s'attache à cet exemple, il en offre un plus sérieux par la précision de ses résultats. Il nous est connu, d'ailleurs, par des documents multipliés, que nous avons rassemblés en assez grand nombre pour qu'on puisse en considérer tous les détails comme parfaitement démontrés.

» Jusqu'au IIe siècle avant l'ère chrétienne, chez toutes les nations qui habitaient la péninsule italique, les produits de l'agriculture furent d'une abondance prodigieuse. Sur le territoire des Romains, qui n'était pas des plus fertiles, le rendement du blé était de quinze à vingt semences pour une, de 30 à 40 hectolitres à l'hectare.

» Cent ans plus tard, le rendement du blé n'était plus que de sept à huit et rarement de dix pour un.

» Cent ans plus tard encore, et pendant une longue suite de siècles depuis cette époque, les récoltes devinrent misérables, et un rendement de quatre pour un était cité comme remarquable.

» Voilà donc les produits de l'agriculture, en Italie, déchus des quatre cinquièmes ou des cinq sixièmes du taux auquel ils s'étaient élevés dans l'antiquité et auquel ils s'étaient maintenus jusqu'au IIe siècle avant l'ère chrétienne. A quoi put tenir une aussi prodigieuse révolution? A une seule cause bien simple, à un fait bien évident, bien palpable, quoique non encore remarqué. Si l'on obtint dans les premiers siècles d'aussi riches récoltes que celles de quinze et vingt semences pour une, c'est qu'il existait alors en Italie une prodigieuse quantité de bétail; si depuis lors les produits allèrent sans cesse en diminuant jusqu'à tomber au taux de trois ou quatre pour un, c'est que la quantité du bétail fut successivement réduite dans une énorme proportion, et qu'on finit par n'avoir plus, rigoureusement, pour engraisser les terres labourables, que le fumier des bêtes de travail. Il est constaté, en effet, que dans la dernière des trois périodes indiquées l'agriculteur n'avait plus d'autre bétail que ses attelages, et il est prouvé que, dans la première, la quantité des bêtes à cornes ou à laine avait pu aller jusqu'à l'équivalent de cent cinquante têtes de gros bétail pour un domaine de 500 *jugera* (de 125 hectares) de terre. C'était près d'une tête et un quart de gros bétail par chaque hectare! C'est précisément le point où sont parvenues les plus riches contrées de l'Angleterre et de l'Allemagne, celles où l'on récolte de 30 à 40 hectolitres de blé à l'hectare. Au nord ou au sud, à l'est ou à l'ouest, la même cause

amène donc toujours le même résultat. Nous pourrions parcourir le globe en tous sens et l'histoire dans toute la durée des siècles sans trouver une seule contrée qui ait pu se soustraire à l'empire de cette loi, immuable comme la nature.

» Ainsi se trouve constatée cette grande vérité, dès longtemps formulée par le bon sens du peuple : *qui a du foin a du pain.*

» Tous ces faits sont d'une vérité si bien constatée, si palpable, si triviale, qu'on devrait supposer qu'il n'est personne qui ne les connaisse et qui n'agisse en conséquence. Ce serait pourtant une grande erreur. Partout où ces principes seraient connus et appliqués, l'agriculture serait excellente. Est-elle partout également bonne? n'y a-t-il pas, au contraire, pour un canton où elle est bien entendue, vingt provinces où elle est détestable? Et pourtant que faut-il pour révolutionner, pour perfectionner la plus mauvaise? Une seule chose, si peu que rien : *consacrer à des cultures fourragères la moitié au moins de son exploitation.*

» Non, les cultivateurs ne le savent pas puisqu'ils ne le font point; non, les agronomes, les administrateurs, les comices agricoles ne le croient pas, puisqu'ils cherchent d'autres principes d'amélioration au lieu d'appliquer celui-là. Il faut donc une dernière preuve pour les convaincre; nous allons la fournir : elle sera décisive, et l'on peut espérer que l'impression qu'elle fera sur les esprits ne devra pas aisément s'effacer, car cette preuve sera tirée de faits dont notre amour-propre national devra se sentir vivement blessé; elle sera tirée du parallèle de deux pays qui ont été conduits aux limites extrêmes des deux systèmes les plus opposés, ayant réduit outre mesure, l'un, le domaine des labours et la culture du blé, l'autre, le domaine des prairies et fourrages, et l'économie du bétail; de l'Angleterre, qui en est venue à consacrer les quatre cinquièmes du territoire agricole à nourrir du bétail, et un cinquième seulement à produire des céréales; de la France, qui consacre au contraire plus des quatre cinquièmes à la culture des céréales, et moins d'un cinquième au bétail.

» Nous espérons que la leçon sera claire et décisive pour tout le monde, et, après avoir démontré la nécessité d'une réforme profonde de notre système d'exploitation du sol, nous serons en mesure, nous l'espérons, d'indiquer, pour le réformer, un ensemble de moyens et de procédés à la portée de toutes les intelligences et à la portée de toutes les bourses.

» Ce sera l'objet d'un second Mémoire. »

MÉMOIRES PRÉSENTÉS.

ANATOMIE COMPARÉE. — *Recherches zoologiques faites pendant un voyage sur les côtes de la Sicile. — Observations sur le système nerveux des Mollusques acéphales testacés ou lamellibranches; par* M. E. Blanchard. (Extrait.)

(Commissaires, MM. de Blainville, Flourens, Milne Edwards.)

« Pendant le voyage que je fis l'année dernière avec M. Milne Edwards sur les côtes de la Sicile, mon temps ayant été consacré, en partie, à des recherches sur l'organisation des Mollusques, j'aurai l'honneur de présenter successivement à l'Académie les résultats auxquels je suis arrivé.

» Le système nerveux des Mollusques acéphales testacés fera le sujet d'un premier Mémoire.

» Après les travaux de Poli, Mangili, MM. de Blainville, Brandt et Ratzbourg, et Garner, travaux dont les résultats viennent d'être confirmés par M. Duvernoy, ne restait-il qu'à constater de petites modifications dans le rapprochement ou l'écartement des masses médullaires et dans le nombre des ramifications des nerfs, selon les familles et les genres? Les recherches que j'ai faites m'ont prouvé le contraire.

» On a dit: « Chez les Mollusques acéphales lamellibranches, lorsque le » système nerveux a son plus haut degré de composition, il existe trois » paires de ganglions. » Cependant, chez plusieurs d'entre eux, j'en trouve six, huit et dix paires. Il en est un même dans lequel j'en ai constaté plus d'une quinzaine.

» Je me suis également assuré que le système nerveux est plus compliqué chez les Mollusques acéphales munis de siphons fixés à la coquille par des muscles rétracteurs, que chez ceux qui en sont privés.

» Les nerfs principaux ayant leur origine dans les centres médullaires postérieurs offrent alors sur leur trajet plusieurs petits ganglions, au milieu des muscles rétracteurs des siphons. Chaque paire de ces centres nerveux est liée par une commissure passant au-dessus de l'ouverture intérieure de l'un et l'autre siphon.

» Les Mactres, les Vénus et Cythérées, les Solens proprement dits m'ont présenté cette complication dans leur système nerveux, complication coïncidant avec la présence de tubes, et surtout avec l'existence de plaques musculaires servant à les fixer à la coquille. Car les tubes existent-ils s'ils sont

privés de points d'attache, comme dans le genre Solécurte, les ganglions accessoires des Mactres, Vénus et Solens proprement dits viennent à manquer.

» Ainsi, les Solécurtes s'éloignent manifestement par leur organisation des Solens, avec lesquels on les confondit pendant longtemps. C'est donc avec beaucoup de raison qu'on en a formé une division particulière.

» Les siphons des Solécurtes, garnis de muscles puissants, sont parcourus par des nerfs longitudinaux très-épais ; mais, sur leur trajet, je n'ai point trouvé de centres nerveux.

» Dans la plupart des Mollusques acéphales, le manteau se termine brièvement en avant de la bouche. Alors les ganglions cérébroïdes fournissent seulement quelques nerfs, généralement peu considérables et plus ou moins ramifiés vers la partie antérieure de ce manteau. Au contraire, chez les Solens, en avant de la bouche, le manteau est très-prolongé, et, au milieu, il offre une large plaque musculaire fixée à la coquille dans toute sa longueur. Cette conformation entraîne une modification assez grande dans le développement du système nerveux. Des nerfs partant des ganglions cérébroïdes remontent vers la plaque musculaire, et d'autres viennent se diviser dans la couche épaisse des mucles formant une bordure autour du manteau. Ce qu'il y a de plus remarquable, et ce que j'ai observé seulement encore dans les Solens, ce sont des ganglions au nombre de douze à treize de chaque côté, placés sur ces muscles et communiquant les uns avec les autres par des filets nerveux.

» La plupart des Mollusques acéphales dépourvus de siphons présentent seulement les trois paires de masses médullaires déjà bien décrites dans un certain nombre de genres; c'est le cas pour les genres *Pinna*, *Unio*, etc. Plusieurs, néanmoins, m'ont offert un petit ganglion sur le trajet du nerf, unissant les masses médullaires cérébroïdes avec les ganglions postérieurs; ils donnent des filets aux muscles des parties latérales du pied. C'est ce que j'ai observé dans les genres où le pied occupe toute la largeur de la masse viscérale, chez les Arches (*Arca Noæ*), les Solens (*Solen vagina*), etc.

» On voit, d'après cela, que le système nerveux des Mollusques acéphales présente souvent une complication plus grande et des modifications plus importantes qu'on ne l'avait supposé jusqu'à présent. C'est là un fait acquis à l'anatomie comparée. Dans les figures qui accompagnent mon Mémoire, je me suis attaché à rendre avec toute l'exactitude possible les particularités propres à chaque type.

» Je dois encore appeler l'attention sur un type vulgaire, peut-être le plus vulgaire parmi les Mollusques acéphales.

» L'Huître (*Ostrea edulis*), on le sait, est dépourvue de pieds. Il en résulte une particularité dans son système nerveux.

» Il y a dix ans environ, M. Garner avança que les ganglions pédieux ou viscéraux manquaient chez cet animal. Dernièrement M. Duvernoy a confirmé cette remarque.

» Cependant l'exception signalée par ces anatomistes n'existe pas. J'ai constaté parfaitement dans l'Huître la présence de deux ganglions un peu espacés entre eux, et très-rapprochés des masses médullaires cérébroïdes, en sorte que ces quatre centres nerveux sont placés presque sur une même ligne et réunis par un cordon de commissure. Seulement ils sont plus petits et plus rapprochés de la bouche qu'à l'ordinaire. Le système nerveux de l'Huître ne m'a pas offert de modifications plus importantes.

» Récemment un anatomiste a avancé aussi que les nerfs, établissant une communication entre les masses médullaires antérieures et postérieures, ne présentaient jamais de ramifications sur leur trajet. Les Solens, les Arches, où l'on remarque un ganglion vers le milieu de ces connectifs, prouvent le contraire; mais il y a plus : chez les Huîtres, des filets partent de ces nerfs, sur divers points, sans même qu'il y ait apparence de ganglions.

» Quant à l'utilité que ces recherches anatomiques peuvent avoir pour la classification, elle me semble n'être pas douteuse. Les grandes différences que j'ai constatées entre le genre Solen proprement dit et le genre Solécurte, qui, pendant longtemps ne fut pas même distingué des vrais Solens, montrent suffisamment que ce genre en est éloigné et doit appartenir à une autre famille.

» Au contraire, entre les Mactres et les Vénus, particulièrement les Cythérées, qui, dans la plupart des classifications malacologiques, sont considérées comme appartenant à deux familles distinctes, on ne trouve aucune différence importante dans l'organisation des animaux. Leur système nerveux est presque complétement semblable.

» On voit aussi que les Acéphales, dont *le manteau est largement ouvert* et dépourvu de siphons, *sont inférieurs*, sous le rapport du développement du système nerveux, à ceux dont *le manteau est fermé* et se prolonge en forme de siphons munis de muscles rétracteurs.

» Enfin, tout tend à montrer que les caractères fournis par les charnières des coquilles sont bien loin d'être en rapport constant avec l'organisation des animaux; ce qui montrera assez si l'on doit attacher une grande valeur à ce genre de caractères. »

GÉOMÉTRIE. — *Indication de quelques théorèmes généraux de géométrie; par* M. **Breton**, de Champ. (Extrait par l'auteur.)

(Commissaires, MM. Poncelet, Sturm, Lamé.)

« Dans un précédent Mémoire, présenté à l'Académie le 6 mai 1844, j'ai démontré un principe qui permet d'établir plusieurs propositions générales, relatives à ce que je nomme des *groupes circulaires* de rayons distribués symétriquement autour d'un point. Un groupe de ϖ rayons ou diamètres se composant de ϖ droites indéfinies, partageant en 2ϖ parties égales la circonférence décrite de leur point commun comme centre, il existe entre les segments interceptés par une courbe quelconque sur tous les rayons du *groupe* des relations indépendantes de sa position autour du centre. L'une des plus simples peut être définie comme il suit :

» *Si l'on a dans un plan une courbe fixe de degré quelconque et un groupe circulaire mobile autour de son centre, la somme des valeurs de toute fonction symétrique entière et homogène, de degré pair 2θ, des réciproques des segments interceptés par la courbe sur les rayons du groupe, est constante, pourvu que leur nombre ϖ surpasse θ.*

» Lorsque θ se réduit à l'unité, on peut prendre $\varpi = 2$, et le groupe consiste alors dans deux cordes ou sécantes rectangulaires entre elles. Les fonctions symétriques à considérer étant du second degré, ne peuvent être que les sommes des carrés et des produits deux à deux des réciproques des segments. De plus, on reconnaît sans peine que, dans ce cas, la proposition ci-dessus est susceptible d'être transportée aux surfaces courbes et aux groupes composés de trois cordes ou sécantes perpendiculaires entre elles, ce que l'on nomme un *groupe sphérique*. De là cet énoncé nouveau :

» *Si l'on a dans l'espace une surface fixe de degré quelconque et un groupe sphérique de trois rayons mobile autour de son centre, les sommes des carrés et des produits deux à deux des valeurs inverses des segments interceptés par la surface sur les rayons du groupe sont constantes.*

» Le nouveau Mémoire que je présente à l'Académie fournit le moyen d'établir plusieurs théorèmes analogues relatifs à des groupes symétriques de rayons que je nomme *groupes elliptiques*. Le plus simple est formé de ϖ rayons ou diamètres de l'ellipse qui en divisent l'*aire* en 2ϖ secteurs équivalents; c'est la projection du groupe circulaire sur un plan différent du sien.

» On arrive très-simplement, en ce qui concerne les groupes elliptiques, à ces deux énoncés, analogues aux précédents :

» *Si l'on a dans un plan une conique et une autre courbe d'un degré quelconque, la somme des valeurs de toute fonction symétrique entière et homogène, de degré pair* 2θ, *des réciproques des segments interceptés par cette courbe sur les rayons d'un groupe elliptique quelconque de la conique, multipliées respectivement par la puissance* 2θ *de chaque rayon, est constante, pourvu que le nombre* ϖ *des rayons ou diamètres du groupe surpasse* θ.

» *Les sommes des carrés et des produits deux à deux des valeurs inverses des segments interceptés par une surface quelconque sur trois diamètres conjugués d'une surface du second ordre, multipliées respectivement par les carrés de ces trois diamètres, donnent par l'addition un résultat constant.*

» Ce Mémoire signale une classe fort étendue de *groupes* d'espèce ou d'ordre différent, jouissant de propriétés semblables à celles des *groupes circulaires* et *elliptiques*. De plus, les rayons de ces nouveaux *groupes* présentent, indépendamment de leurs relations avec les rayons d'une autre courbe, des relations en nombre illimité, pour ainsi dire, qui me semblent très-élégantes et très-remarquables.

» Je dois déclarer ici que M. Chasles a déjà démontré, sur les diamètres conjugués de deux surfaces du second ordre concentriques, un théorème dont l'énoncé, analogue à l'un de ceux qu'on vient de lire, m'a servi de point de départ. »

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Premier Mémoire sur les véritables principes du calcul différentiel et du calcul intégral; par* M. **Morand.**

(Commissaires, MM. Sturm, Lamé, Binet.)

CHIMIE. — *Observations sur les proportions chimiques et sur les différents modes de combinaison; par* M. **Baudrimont.**

(Commissaires, MM. Dumas, Pelouze, Regnault.)

L'auteur, en terminant son Mémoire, résume dans les termes suivants les conséquences qui se déduisent de la discussion à laquelle il s'est livré.

« Il existe au moins deux modes de combinaisons chimiques essentiellement distincts: l'un représenté par la combinaison des corps antagonistes, l'autre par celle des corps semblables.

» C'est au premier mode de combinaisons qu'appartiennent les proportions définies; c'est au second qu'appartiennent les combinaisons indéfinies.

» Je crois, ajoute M. Baudrimont, avoir démontré également que les substitutions chimiques ne peuvent avoir lieu en proportions indéfinies. »

MÉCANIQUE APPLIQUÉE. — *Note sur une nouvelle machine à vapeur; par* M. **Gautier**.

(Commissaires, MM. Seguier, Morin.)

M. **Tanquerel des Planches** adresse une réclamation à l'occasion d'une communication récente de M. *Blandet* sur la colique de cuivre. M. Tanquerel fait remarquer qu'il n'avait point confondu, comme on semble le lui reprocher, la *colique de cuivre* avec la *colique de plomb*, et il cite en preuve divers passages d'un ouvrage qu'il a publié en 1839, passages dans lesquels il établit nettement la distinction entre ces deux affections.

(Renvoi à la Commission précédemment nommée pour le Mémoire de M. *Blandet*.)

M. **Dieulafoy** adresse, pour le concours aux prix de la fondation Montyon, diverses observations de chirurgie dont la première a rapport à une *rétraction des muscles de la mâchoire inférieure*, rétraction permanente et qui, après avoir résisté à divers modes de traitement, a été guérie par la section sous-cutanée du masseter et d'une portion du ptérygoïdien interne.

(Commission des prix de Médecine et de Chirurgie.)

MM. **Trousseau** et **Pidoux** présentent, pour le même concours, leur *Traité de thérapeutique et de matière médicale* (voir au *Bulletin bibliographique*), et y joignent une indication de ce qu'ils considèrent comme neuf dans leur travail.

MM. **Beyer** et **Hardy** adressent une semblable indication pour un livre qu'ils ont précédemment présenté, un *Traité de pathologie interne*. Les deux auteurs signalent en particulier l'examen qu'ils ont fait des diverses théories proposées jusqu'à ce jour pour expliquer les *bruits du cœur*, et les expériences au moyen desquelles ils pensent avoir réhabilité une explication déjà connue dans la science, mais qui paraissait aujourd'hui généralement rejetée.

CORRESPONDANCE.

M. le **Ministre de la Guerre** adresse la Lettre suivante :

« Monsieur le Secrétaire perpétuel, j'ai eu l'honneur de vous adresser, le 19 octobre dernier, avec ma dépêche n° 249, 2 kilogrammes 350 grammes

d'opium récolté en 1844 à la pépinière centrale du Gouvernement à Alger, 2 kilogrammes 562 grammes d'huile obtenus avec les graines du pavot qui avait produit l'opium en question; enfin 525 grammes d'opium récolté par M. Simon, par des procédés qui lui sont propres, sur un terrain que j'ai fait mettre à cet effet à sa disposition dans les environs d'Alger.

» Je vous ai prié de vouloir bien communiquer ces produits à l'Académie, ainsi que le Rapport par lequel M. le directeur de la pépinière centrale rend compte d'une manière détaillée des modes de culture et de récolte qu'il a suivis.

» Vous avez bien voulu m'annoncer, le 4 novembre, que les échantillons et les pièces à l'appui venaient d'être envoyés à la Commission qui avait été chargée précédemment d'examiner les communications relatives aux cultures algériennes.

» J'aurais besoin de connaître, aussitôt que possible, l'opinion de l'Académie sur l'opium récolté en 1844, afin d'être en mesure de faire opérer, cette année, de nouveaux essais, si elle pensait que cela fût nécessaire, et aussi pour être fixé sur le degré d'encouragement que je devrai accorder à cette culture.

» Je vous serai donc obligé, monsieur le Secrétaire perpétuel, de vouloir bien me transmettre le Rapport de la Commission aussitôt qu'elle l'aura déposé. »

La Commission est invitée à présenter le plus promptement possible son Rapport à l'Académie.

« M. **Dufrénoy** présente, au nom de M. **Michéa**, un ouvrage intitulé: *Traité pratique, dogmatique et critique de l'hypochondrie.*

» L'auteur fonde sur plus de quatre-vingts observations particulières les assertions qu'il émet. Il pense que les caractères fondamentaux, pathognomoniques, de l'affection dont il s'agit, résident exclusivement dans un désordre partiel de l'intelligence, conséquemment que tous les autres symptômes dynamiques ou matériels sont des éléments purement accessoires. Toutefois, s'il admet une hypochondrie primitive, ayant son point de départ dans un trouble limité de l'esprit, il reconnaît aussi une hypochondrie secondaire, c'est-à-dire consécutive à une altération corporelle quelconque, principalement aux lésions fonctionnelles des organes de l'abdomen. Cet ouvrage se recommande par une méthode sévère et par une grande rigueur d'inductions. »

« M. **de Bonnard** fait hommage, au nom de l'auteur, M. **Garella**, ingé-

nieur en chef des Mines, d'un exemplaire de l'*Étude du bassin houiller de Graissessac* (Hérault).

» Le texte de cet ouvrage contient la description du bassin houiller, sous le rapport géologique, et celle de toutes les mines qui y sont exploitées. L'atlas, qui se compose de onze grandes feuilles de dessins, comprend : une carte géologique et topographique du bassin houiller, des coupes géologiques, des plans de surface de diverses concessions de mines, avec indication des principaux travaux souterrains d'exploitation, enfin, six feuilles de plans et coupes des travaux intérieurs des mines, tous ces dessins exécutés avec une perfection remarquable.

» L'ouvrage de M. Garella fait partie des Études de gîtes minéraux qui sont publiées successivement par les soins de l'administration des Mines. »

M. le **Secrétaire perpétuel de l'Académie des Beaux-Arts** annonce que cette Académie, conformément à l'invitation qui lui avait été adressée par l'Académie des Sciences, a désigné deux de ses membres, MM. *Couder* et *Desnoyers*, pour faire partie de la Commission chargée de l'examen du procédé de *coloriage lithographique* de M. **Quinet**.

CHIMIE. — *Action de l'acide sulfureux sur les monosulfures alcalins; par* M. **Langlois**.

« On sait depuis longtemps que les sulfures alcalins, dissous dans l'eau, sont transformés en hyposulfites par un courant d'acide sulfureux; mais il restait encore à découvrir quelques-unes des causes qui concourent à cette transformation. Nous avons espéré parvenir à les trouver en opérant sur des monosulfures obtenus par la réduction des sulfates alcalins portés à une haute température en présence du charbon. Comme nous agissions sur une assez grande quantité de sulfate, il était difficile, sinon impossible, que le monosulfure ne contînt pas un peu de polysulfure et d'oxyde. La solution de ces composés, traitée par les acides, laissait toujours précipiter du soufre. Quoi qu'il en soit, nous nous sommes assuré que le métalloïde et le métal y existaient dans le même rapport que dans les monosulfures. Nous aurions pu, à la rigueur, nous dispenser de vérifier des faits qui ont été parfaitement indiqués par MM. Berthier, Gay-Lussac et Henri Rose.

» Des analyses, qui remontent déjà à plusieurs années, nous ont appris aussi que le même hyposulfite, celui de potasse par exemple, quelle que soit son origine, a toujours la même composition, KO, S_2O_2. Les recherches récentes de MM. Ramelsberg, Lenz, Fordos et Gélis ne laissent aucun doute

à cet égard. Il n'est donc plus permis de croire, avec quelques auteurs, que l'acide sulfureux, par son action sur un monosulfure alcalin, pourrait donner naissance à un hyposulfite, dont la composition serait représentée par RS, S_2O_2, ou par RO, S_2O. La première hypothèse conduirait à admettre un sulfite de sulfure, et la seconde un hyposulfite dont l'acide contiendrait moins d'oxygène que l'acide hyposulfureux.

» Dans nos expériences, nous avons constamment obtenu avec les sulfures de barium, de strontium, de calcium, de magnésium, de l'hyposulfite ordinaire, et avec ceux de potassium, de sodium, le même sel accompagné d'une proportion plus ou moins forte de sulfhyposulfate. On pourrait, par ce moyen, comme nous le verrons bientôt, se procurer facilement du sulfhyposulfate de potasse très-pur, sans trace de sulfate.

» Nos premiers essais eurent lieu sur le monosulfure de barium. Nous employâmes une solution très-concentrée, dans laquelle nous fîmes arriver du gaz sulfureux lavé et provenant de l'action de l'acide sulfurique sur le mercure. L'éprouvette, renfermant le sulfure barytique, était munie d'un tube recourbé, plongeant dans une dissolution de sulfate de cuivre, destinée à fixer l'acide sulfhydrique dans le cas où il s'en serait dégagé. Au début de l'opération, on n'observe aucun phénomène apparent, l'acide sulfureux sature l'oxyde libre sans produire de précipité; mais au bout de peu de temps la liqueur s'échauffe, se trouble, prend une teinte jaune citron qu'elle doit au soufre qui se dépose. Plus tard, une partie du soufre semble disparaître, et être remplacée par de l'hyposulfite; la couleur du liquide passe du jaune au blanc laiteux. La dissolution de sulfate de cuivre n'éprouve point de changement; elle exhale seulement l'odeur de l'acide sulfureux dès que l'expérience est terminée.

» On trouve dans l'éprouvette qui contenait la solution de sulfure, un précipité abondant formé d'hyposulfite de baryte et de soufre. Une faible portion de sel reste encore en dissolution dans la liqueur, qui retient aussi de l'acide sulfureux. En traitant le précipité par l'eau distillée bouillante, et à plusieurs reprises, on parvient à dissoudre entièrement l'hyposulfite et à isoler le soufre. Par le refroidissement, les dissolutions fournissent de petits cristaux aiguillés et très-blancs.

» Le sulfure de baryte employé renfermait, dans sa composition, soufre 6gr.,58. Le soufre qui s'est déposé pendant l'expérience pesait 3gr.,34, ce qui fait à peu près la moitié de celui existant dans le sulfure. Ce résultat a déjà une certaine importance; il peut faire présumer que le dépôt de soufre est une conséquence de la transformation des sulfures alcalins en hyposul-

fites. Les chimistes qui ont étudié cette réaction ne paraissent pas avoir tenu compte du soufre mis en liberté, ce qui les aura empêchés sans doute d'arriver à l'interprétation exacte du phénomène.

» L'hyposulfite de baryte, obtenu de cette manière, possède des propriétés physiques qui ne diffèrent en rien de celles du même sel préparé par d'autres procédés. Pour reconnaître si cette ressemblance se trouverait encore dans la composition, nous en fîmes l'analyse. On peut suivre, dans ce cas, plusieurs méthodes bien connues, mais celle qui nous a le mieux réussi consiste à oxyder l'hyposulfite au moyen du nitrate de potasse mêlé de carbonate. Le produit de cette réaction, traité par de l'eau aiguisée d'acide chlorhydrique, s'est dissous, à l'exception du sulfate de baryte qui fut recueilli sur un filtre, puis lavé, séché et pesé; on versa dans la dissolution acide du chlorure de barium, qui produisit un précipité de sulfate barytique dont le poids égalait celui du sulfate précédemment obtenu. Cet hyposulfite contient donc 2 équivalents de soufre. Chauffé au bain d'huile jusqu'à la température de 200 degrés, il a perdu la majeure partie de l'eau qu'il renferme, 5,10 pour 100 au lieu de 6,70. La chaleur étant plus élevée, il se décomposerait avant que l'eau fût entièrement chassée. Ces résultats sont les mêmes que ceux fournis par l'hyposulfite de baryte ayant une autre origine. Sa composition se trouve donc représentée par la formule suivante :

$$BaO, S_2O_2 + H_2O.$$

S'il en est ainsi, le sel, décomposé par l'acide sulfurique, doit donner sur 100 parties 87,22 de sulfate de baryte. La moyenne de plusieurs expériences a été de 87,41.

» Prenant pour exemple le monosulfure de barium, il nous sera facile, je pense, de comprendre comment s'opère le passage des sulfures alcalins en hyposulfites, sous l'influence de l'acide sulfureux. 3 équivalents de cet acide transforment 2 équivalents de monosulfure en une égale quantité d'hyposulfite,

$$3SO_2 + 2BaS = 2(BaO, S_2O_2) + S.$$

On voit, par cette équation, comme l'analyse nous l'a démontré, que le poids du soufre précipité représente la moitié du soufre existant dans le monosulfure employé.

» Le monosulfure de strontium a été soumis à l'action de l'acide sulfureux, dans les mêmes conditions que le sulfure de barium. Il se dépose, non-seulement du soufre, mais il se dégage encore de l'acide sulfhydrique, qu'on

recueille aisément dans une dissolution de sulfate cuivrique. La liqueur fut filtrée pour séparer le soufre et concentrée au-dessus de l'acide sulfurique dans le vide de la machine pneumatique. On obtint bientôt de très-beaux cristaux d'hyposulfite, dont la composition est celle indiquée par M. Gay-Lussac,

$$StO, S_2O_2 + 5H_2O.$$

» Le sulfure de strontium qui provient de la réduction du sulfate, contenant presque toujours du sulfure de barium, laisse précipiter du soufre mélangé d'hyposulfite de baryte, dont on se débarrasse par des lavages réitérés avec de l'eau distillée bouillante. Quand on a eu soin de peser le sulfure de strontium sur lequel on opère, on reconnaît facilement que la moitié du soufre qu'il renferme se retrouve dans du soufre mis en liberté, et dans celui que contient le gaz sulfide hydrique.

» Ces faits doivent nous porter à penser que l'acide sulfureux, en agissant sur les dissolutions des sulfures alcalins, se comporte comme les autres oxacides. Il se produit, à l'aide des éléments de l'eau, des sulfites et de l'acide sulfhydrique, dont une grande partie est décomposée au contact de l'acide sulfureux. Le soufre résultant de la décomposition mutuelle des deux acides réagit immédiatement sur le sulfite pour le transformer en hyposulfite. En effet, la liqueur, s'échauffant très-vite, présente toutes les conditions que cette transformation exige. La succession des phénomènes peut être démontrée de la manière suivante :

$$2\,StS + 2\,H_2O + 3\,SO_2 = 2\,(StO, SO_2) + 2\,H_2S + SO_2 = 2\,(StO, SO_2)$$
$$+ 3\,S + 2\,HO_2 = 2\,(StO, S_2O_2) + 2\,H_2O + S.$$

Ce dernier atome de soufre existe en partie libre et en partie combiné à l'hydrogène. J'ai cru remarquer qu'il se forme d'autant plus de gaz sulfide hydrique, que la dissolution sulfureuse est plus concentrée et que sa température s'étend davantage. La production de ce gaz ne paraît pas dépendre d'une action secondaire entre le soufre, l'eau et l'hyposulfite, puisqu'il ne se forme pas de sulfate.

» Le monosulfure de calcium, exposé à un courant de gaz sulfureux, a fourni aussi de l'hyposulfite. Le soufre s'est encore montré dans la dissolution, et il se dégagea de l'acide sulfhydrique. Le sel fut obtenu en évaporant la liqueur dans le vide sec; sa composition est bien celle de l'hyposulfite ordinaire, dont Herschel fit l'analyse il y a déjà longtemps: $CaOS_2O_2 + 6H_2O$. Nous avons trouvé, comme dans les expériences précédentes, le rapport de

1 à 2 entre le poids du soufre précipité et celui du soufre faisant partie du sulfure calcique employé.

» Quant au protosulfure de magnésium, il se comporte avec l'acide sulfureux comme ceux que nous venons d'étudier. Sa préparation par la réduction est très-difficile; c'est ce que les expériences de M. Berthier ont parfaitement démontré. Il se produit dans cette circonstance beaucoup d'oxyde magnésique et peu de sulfure. Celui-ci fut soumis, en faible quantité, à l'action de l'acide sulfureux; on obtint de l'hyposulfite cristallisé dont la constitution est celle déjà connue : $MgOS_2O_2 + 6H_2O$.

» Le monosulfure de potassium et l'acide sulfureux donnent lieu, par leur contact, à des phénomènes dont l'étude n'est point sans intérêt. Il se produit, si l'on observe certaines conditions, une forte proportion de sulfhyposulfate de potasse. On parvient aisément à ce résultat en agissant sur une solution très-concentrée de sulfure potassique obtenu par la réduction du sulfate. L'acide sulfureux lavé arrive dans la dissolution de sulfure de potassium contenue dans une éprouvette à pied, fermée avec un bouchon de liége auquel est adapté un tube à dégagement qui se rend dans une dissolution de sulfate de cuivre. C'est seulement lorsqu'on désire recueillir et doser l'acide sulfhydrique qu'il faut donner à l'appareil cette disposition.

» L'action de l'acide sur le sulfure est prompte et énergique; la température s'élève rapidement à 50 ou 60 degrés; il se dégage toujours du gaz sulfide hydrique, et il se dépose du soufre. Dès que l'expérience est achevée, la liqueur se refroidit, et on voit s'y former une masse blanche cristalline qui n'est autre chose que du sulfhyposulfate de potasse. Pour avoir de beaux cristaux, il est nécessaire de dissoudre de nouveau le sel dans peu d'eau et à une douce chaleur. Sa dissolution n'est nullement précipitée par la baryte, ce qui prouve qu'il ne contient pas de sulfate.

» Au commencement de l'année 1844, j'ai montré, dans mon cours et à la Société du Muséum d'histoire naturelle de Strasbourg, du sulfhyposulfate obtenu par ce procédé. C'est plus tard, au mois de juin, que parut dans les *Annales de Chimie* (1) une Note de M. Mathieu Plessy sur la préparation de ce même sel au moyen de l'hyposulfite de potasse et de l'acide sulfureux. Ce résultat, quoique très-curieux, ne m'a point extrêmement surpris; il venait confirmer ce que j'annonçais dans mon Mémoire snr l'acide sulfhyposulfurique (2). On y lit le passage suivant, relativement à la formation du

---

(1) 3e série, tome XI, page 182.

(2) *Annales de Chimie et de Physique*, 3e série, tome IV, page 82.

sulfhyposulfate de potasse par l'action du soufre sur le bisulfite. « Quoiqu'il » se dégage de l'acide sulfureux pendant l'opération, il est présumable ce» pendant qu'un excès de cet acide contribue à la création du nouveau sel. » Le sulfite neutre de potasse, au contact du soufre, ne se comporte sans doute » pas comme le bisulfite. » Les recherches intéressantes de M. Mathieu Plessy ont prouvé qu'il en est ainsi.

» La solution de sulfure potassique, traitée par un courant d'acide sulfureux, fournit non-seulement du sulfhyposulfate, mais encore de l'hyposulfite. La proportion du premier sel est d'autant plus grande, que la dissolution sulfureuse est plus concentrée.

» Nous devons admettre, d'après les faits observés sur les sulfures précédemment étudiés et les résultats obtenus par le chimiste dont nous venons de rappeler les travaux, que, dans cette réaction, il se forme d'abord de l'hyposulfite qui passe ensuite à l'état de sulfhyposulfate. En ne considérant que les derniers produits de cette transformation, on arrive à représenter les phénomènes par l'équation suivante :

$$2KS + 6SO_2 = 2(KO, S_3O_5) + 2S.$$

» La dissolution de monosulfure de sodium, soumise à l'action de l'acide sulfureux, offre certaines particularités qui méritent d'être indiquées. Dans le premier moment il se précipite du soufre, de l'hydrogène sulfuré se dégage, et il se forme, comme avec les autres sulfures, de l'hyposulfite $NaO, S_2O_2 + 5H_2O$. Mais l'acide sulfureux, continuant à se produire, réagit bientôt sur cet hyposulfite de la même manière que sur celui de potasse, et donne naissance à du sulfhyposulfate de soude qu'on ne parvient pas à obtenir à l'état solide. Quelques phénomènes ont suffi pour déceler sa présence. On sait qu'une dissolution d'hyposulfite de soude peut être concentrée à l'aide de la chaleur, ou dans le vide sec, sans éprouver une altération sensible. Au contraire, celle que nous possédions laissait toujours déposer du soufre et dégager de l'acide sulfureux avant de donner des cristaux d'hyposulfite. A côté de ceux-ci on remarquait des cristaux de sulfate de soude dont la formation, dans cette circonstance, devait tenir à l'existence d'un sulfhyposulfate. Pour nous assurer toutefois que la liqueur, résultant de l'action de l'acide sulfureux sur une dissolution de sulfure de sodium, renfermait bien, outre l'hyposulfite, du sulfhyposulfate, nous l'avons analysée en suivant la méthode que l'on doit à MM. Fordos et Gélis (1). Nous avons reconnu que l'acide hyposulfureux y

(1) *Annales de Chimie et de Physique*, 3e série, t. IX, p. 105.

est accompagné d'un autre acide du soufre oxydable par le chlore, et que la baryte ne précipite pas. Traitée encore à l'aide de la chaleur, par une dissolution de nitrate d'argent, on obtint du sulfure d'argent et de l'acide sulfurique dont le poids représentait une quantité de soufre supérieure à celle contenue dans le sulfure. Nous avons pu nous convaincre, poussant plus loin nos recherches, que cet acide du soufre, avec lequel la baryte forme un sel soluble, n'est autre que l'acide sulfhyposulfurique. Dans la réaction de l'acide sulfureux et du sulfure de sodium, il se produit donc, comme avec le sulfure de potassium, du sulfhyposulfate; mais celui-ci se décompose avant de cristalliser.

» A l'époque où nous obtenions, pour la première fois, du sulfhyposulfate de potasse, en faisant réagir, à une température convenable, le soufre sur le bisulfite, nous essayions sans succès la même expérience sur une dissolution de bisulfite de soude. La liqueur filtrée fournissait par la concentration quelques cristaux d'hyposulfite, beaucoup de sulfate et un dépôt de soufre. Les faits observés plus haut nous donnent aujourd'hui l'explication de ce phénomène; le sulfate et le soufre provenaient de la décomposition du sulfhyposulfate. Dernièrement nous avons répété cette expérience, et constaté, comme vient de le faire M. Mathieu Plessy pour les sulfites de potasse, que le monosulfite de soude peut seul servir avantageusement à la préparation de l'hyposulfite, car le bisulfite ne produit guère que du sulfhyposulfate dont la transformation en sulfate s'opère très-facilement. Dans ce dernier cas, il se passe, comme avec le sulfure sodique, une réaction fort curieuse, durant laquelle une proportion très-considérable d'acide sulfureux se trouve réduite au moyen d'une force qui semble peu énergique. Pour bien comprendre les phénomènes qui accompagnent cette réduction, il suffit de rappeler l'action de l'acide sulfureux sur le sulfure de sodium. Il y a d'abord formation d'hyposulfite,

$$2\,NaS + 3SO_2 = 2(NaO,\,S_2O_2) + S;$$

ensuite passage de l'hyposulfite en sulfhyposulfate,

$$2(NaO,\,S_2O_2) + 3SO_2 = 2(NaO,\,S_3O_5) + S,$$

et enfin décomposition par la chaleur ou la concentration du sulfhyposulfate en sulfate, acide sulfureux et soufre,

$$2\,(NaO,\,S_3O_5) = 2\,(NaO,\,SO^3) + 2SO_2 + 2S.$$

Ces équations font voir que 2 équivalents de monosulfure sodique ou potassique, et 6 équivalents d'acide sulfureux, peuvent donner pour derniers pro-

duits 2 équivalents de sulfate, 4 équivalents de soufre et 2 équivalents d'acide sulfureux, qui reparaissent sous forme gazeuse.

» Avant de terminer cette étude, nous désirons encore faire connaître les remarques que nous avons faites relativement à l'action de quelques acides forts sur les hyposulfites, sulfhyposulfates et hyposulfates bi-sulfurés. Lorsque les sels sont dissous dans l'eau, les acides sulfurique et chlorhydrique décomposent, comme on le sait, les hyposulfites, et n'ont point d'action apparente sur les autres. Mais, si leurs cristaux sont traités par les mêmes acides, on observe avec tous, sous certaines conditions, un dégagement d'acide sulfhydrique. L'acide sulfurique doit être employé très-concentré quand le sel est hydraté. Au contraire, il devra contenir une certaine quantité d'eau, marquer, par exemple, 60 degrés, si le sel est anhydre. L'acide chlorhydrique exige toujours, pour agir, une température légèrement élevée, ce qui ne paraît pas nécessaire avec l'acide sulfurique, dont l'action vive développe assez de chaleur pour que le phénomène se produise. La cause de la production de l'acide sulfhydrique est ici facile à trouver. Dans la décomposition de ces sortes de sels par les acides, il y a constamment dépôt de soufre et formation d'acide sulfureux; ces deux corps à l'état naissant réagissent promptement sur les éléments de l'eau, de manière à former du gaz sulfide hydrique et de l'acide sulfurique. Ce qui nous prouve que les choses doivent se passer ainsi, c'est que de l'hyposulfite ne contenant pas de sulfate, en renferme des quantités sensibles après avoir subi cette décomposition par l'acide chlorhydrique. Ces faits, bien dignes d'être connus, n'offrent cependant rien d'extraordinaire; ils paraissent analogues à ceux qui résultent de l'action du soufre sur une dissolution bouillante d'hyposulfite. »

CHIMIE. — *Sur de nouveaux acides amidés (il n'y a pas d'acides anhydres); par* M. **Aug. Laurent.**

« Je crois avoir suffisamment démontré, par l'expérience, que la théorie des acides amidés, que j'ai eu l'honneur de présenter à l'Académie il y a deux ans environ, est juste et repose sur des faits qui sont à l'abri de toute contestation.

» Si j'apporte de nouveaux exemples aujourd'hui, ce n'est pas tant pour la corroborer que pour essayer de détruire un préjugé qui domine sur toute la science, et que les chimistes conservent autant par conviction que par habitude; je veux parler de la constitution des acides et des sels considérés, les premiers, comme des combinaisons d'acides anhydres avec de l'eau; les seconds, comme des combinaisons de ces mêmes acides avec les bases.

» Je me propose de traiter cette question d'une manière générale dans un autre Mémoire; pour le moment, je me bornerai à examiner deux ou trois faits particuliers.

» Tous les chimistes conviennent que si l'on pouvait démontrer que l'acide acétique, par exemple, est formé par l'union d'un acide anhydre $C^8H^6O^3$ avec l'eau, il devrait en être de même des autres acides dits hydratés.

» Or, on connaît les acides camphorique, tartrique, phtalique, lactique, sulfureux, sulfurique, carbonique anhydres, et quelques autres. Ces acides, en se combinant avec l'eau, peuvent régénérer les acides hydratés. On en conclut donc que ceux-ci renferment de l'eau susceptible d'être remplacée, par des bases.

» Je ne ferai pas valoir toutes les raisons qui s'opposent à cette manière de voir; quelques-unes d'entre elles sont semblables à celles que je vais exposer sur les acides camphorique, lactique et tartrique anhydres.

» L'acide camphorique hydraté se représente par la formule

$$C^{20}H^{14}O^3 + H^2O.$$

Par la distillation, il perd H^2O et donne ce que l'on appelle de l'acide camphorique anhydre.

» Mais cet acide ne possède aucune des propriétés que devrait avoir un pareil composé si la théorie des acides hydratés était vraie. En effet, il ne régénère pas immédiatement l'acide hydraté; quand on le fait *dissoudre* dans l'eau, il forme, avec les bases, des sels qui ne sont pas des camphorates. De plus, M. Gerhardt a démontré qu'il ne pouvait exister aucun corps renfermant un nombre impair d'atomes d'oxygène, et que par conséquent le composé que l'on nomme acide camphorique anhydre devait contenir une fois plus d'atomes que ne l'indique la formule que l'on admet ordinairement, c'est-à-dire qu'il fallait le représenter par $C^{40}H^{28}O^6$.

» On n'a vu, dans l'assertion de M. Gerhardt, qu'un moyen d'éluder une difficulté qui venait ébranler sa manière de voir. Les faits suivants prouveront qu'elle est juste.

» En traitant une dissolution alcoolique d'acide camphorique anhydre par l'ammoniaque anhydre, j'ai obtenu un composé cristallisé que l'on peut représenter par la formule suivante :

$$C^{20}H^{14}O^3 + H^6Az^2 + H^2O,$$

c'est-à-dire qu'il a exactement la composition du camphorate d'ammonium

ordinaire. M. Malaguti est arrivé, avant moi, au même résultat, mais il n'a pas vu que ce sel renferme 1 atome d'eau de cristallisation.

» Si l'on traite ce sel par le chlorure de platine, ou par des sels de plomb ou d'argent en dissolution alcoolique très-concentrée, on ne peut déplacer que la moitié de l'ammoniaque qu'il renferme. La formule précédente doit donc être doublée.

» Quand on traite ce sel par un acide fort, on obtient un nouvel acide qui donne des cristaux d'une beauté admirable; mis en contact avec l'ammoniaque, il régénère le sel précédent.

» En distillant cet acide ou son sel ammoniacal, il se forme une combinaison cristallisée qui appartient à la classe des *imides*.

» On a, en résumé, les combinaisons suivantes :

Camphre.	$C^{40}H^{32}O^{2}$
Acide campholique	$C^{40}H^{36} + O^{4}$ acide monobasique.
Acide camphorique	$C^{40}H^{32}O^{2} + O^{6}$ acide bibasique.
Anhydride camphorique. . . .	$C^{40}H^{28}O^{4} + O^{2}$ neutre.
Camphorimide.	$C^{40}H^{28}Im^{2}O^{2} + O^{2}$ neutre.
Acide camphoramique.	$C^{40}H^{30}AdO^{2} + O^{4}$ acide monobasique.
Camphoramate d'ammoniaque.	$C^{40}\begin{matrix}H^{28}\\Am\end{matrix}AdO^{2} + O^{4} + 2\,Aq$
Camphoramate de plomb. . . .	$C^{40}\begin{matrix}H^{28}\\Pb\end{matrix}AdO^{2} + O^{4}$
Camphoramate d'argent	$C^{40}\begin{matrix}H^{28}\\Ag\end{matrix}AdO^{2} + O^{4}$

» Le dernier travail de M. Pelouze semble enfin démontrer qu'il peut exister des acides anhydres, car l'acide lactique anhydre, mis en contact avec les bases, régénère immédiatement les lactates ordinaires.

» On aurait :

Acide lactique hydraté. . . .	$C^{12}H^{10}O^{5} + H^{2}O$,
Acide lactique anhydre. . . .	$C^{12}H^{10}O^{5}$.

Remarquons d'abord que l'acide anhydre renferme un nombre impair d'atomes d'oxygène, et que, par conséquent, sa formule doit être doublée. Prouvons-le.

» M. Pelouze, en traitant cet acide anhydre par l'ammoniaque, a obtenu un lactate anhydre $C^{12}H^{10}O^{5} + H^{6}Az^{2}$, dans lequel l'ammoniaque, dit-il, n'a pas cessé d'être sensible aux réactifs ordinaires.

» Présumant que le fait avancé par M. Pelouze n'était vrai qu'en partie,

j'ai prié ce chimiste distingué de m'envoyer un peu d'acide lactique, afin que je pusse vérifier mes conjectures.

» M. Pelouze n'ayant donné aucun détail sur la manière dont il a préparé son lactate anhydre solide, j'ai traité l'acide en dissolution dans l'alcool par le gaz ammoniac. Après avoir fait bouillir la liqueur, pour chasser l'excès d'ammoniaque, j'y ai versé un excès de chlorure platinique qui a immédiatement donné un précipité de chlorure platinico-ammonique. Celui-ci séparé par un filtre, j'ai porté la liqueur à l'ébullition pendant une heure; il s'est alors formé, peu à peu, un nouveau précipité de chlorure platinico-ammonique.

» Le lactate anhydre d'ammoniaque renferme donc, comme le camphoramate et tous les sels amidés, l'ammoniaque sous deux formes; sa formule doit, par conséquent, être doublée; c'est un lactamate d'ammonium. En évaporant sa dissolution, il m'a donné de la lactamide. Ce sel se comporte donc comme l'isamate d'ammonium, qui laisse de l'isamide, le phtalamate d'ammonium, qui laisse de la phtalimide, et le camphoramate d'ammonium, qui, à une température plus élevée, donne de la camphorimide.

» On a, avec l'acide lactique, les combinaisons suivantes :

Lactide.	$C^{12}H^8O^4$	neutre (camphide).
Lactamide.	$C^{12}H^{10}AdO^2 + O^2$	amide.
Acide lactique.	$C^{12}H^{12}O^2 + O^4$	acide monobasique.
Acide lactique anhydre (homodesmide).	$\left\{\begin{matrix} C^{12}H^8O^4 \\ C^{12}H^{12}O^2 + O^4 \end{matrix}\right\}$	qui devra former, avec certaines précautions, les sels suivants :
Lactidates.	$\left\{\begin{matrix} C^{12}H^8O^4 \\ C^{12}\begin{matrix}H^{10}\\M\end{matrix}O^2 + O^4 \end{matrix}\right\}$	
Acide lactamique.	$\left\{\begin{matrix} C^{12}H^{10}AdO^2 + O^2 \\ C^{12}H^{12}O^2 + O^4 \end{matrix}\right\}$	analogue à l'acide isamique.
Lactamate d'ammoniaque.	$\left\{\begin{matrix} C^{12}H^{10}AdO^2 + O^2 \\ C^{12}\begin{matrix}H^{10}\\Am\end{matrix}O^2 + O^4 \end{matrix}\right\}$	analogue à l'isamate.

» L'acide tartrique anhydre, arrosé d'alcool et traité par l'ammoniaque anhydre, donne une combinaison liquide, insoluble dans l'alcool et très-soluble dans l'eau. Elle ne forme, avec les sels de chaux, de précipité qu'autant que l'on y ajoute de l'alcool. Par le chlorure de platine en excès, elle donne immédiatement un précipité. Celui-ci séparé par un filtre, la liqueur, portée à l'ébullition, forme, peu à peu, un nouveau précipité de chlorure platinico-ammonique. Le sel de chaux, obtenu par double décomposition,

ne donne pas de précipité avec le chlorure de platine; mais, si l'on porte sa dissolution à l'ébullition, un précipité ammoniacal ne tarde pas à paraître. L'acide tartrique anhydre se comporte donc comme les acides isatique, camphorique, lactique, etc., anhydres. L'acide tartrélique n'a pas et ne peut pas avoir la formule suivante : $C^{16}H^{10}O^{11}$. Celle-ci doit évidemment être doublée. On doit avoir :

Acide tartrique anhydre.	$C^{16}H^{8}\ O^{8} + O^{2}$.	
Acide tartrique ordinaire. . . .	$C^{16}H^{12}\ O^{6} + O^{6}$	bibasique.
Acide tartrélique (homodesmide).	$\left\{\begin{matrix} C^{16}H^{8}\ O^{8} + O^{2} \\ C^{16}H^{12}\ O^{6} + O^{6} \end{matrix}\right\}$	bibasique.
Acide tartramique.	$C^{16}H^{10}\,Ad\,O^{6} + O^{4}$	monobasique.

» Les tartramates que j'ai obtenus sont probablement plus compliqués ; ce sont des homodesmides, peut-être des tartrélamates. »

MINÉRALOGIE. — *Note sur une astérie du diamant ; par* M. **Descloizeaux.**

« M. Halphen a fait généreusement don à la collection minéralogique du Jardin du Roi, de deux plaques de diamant qui offrent un phénomène d'astérie inconnu jusqu'à ce jour dans ce minéral. M. Brongniart a bien voulu me confier l'examen de ces plaques, et voici ce que j'y ai observé.

» Elles se présentent sous la forme de petites tables hexagonales à pans trapéziens alternativement inclinés dans un sens et dans l'autre ; les deux bases de ces tables, qui sont des hexagones réguliers, ont seules été polies, tandis que les six autres facettes qui forment leurs bords ont appartenu au cristal ou aux cristaux d'où les lames ont été extraites ; la mesure des incidences de ces facettes m'a montré que ces cristaux étaient des octaèdres réguliers, et que les lames avaient été taillées parallèlement à deux faces opposées et parallèles de l'octaèdre.

» Le plus grand diamètre des deux lames que j'ai examinées est de 4 millimètres ; leur épaisseur ne dépasse pas $\frac{1}{2}$ millimètre.

» Si l'on pose à plat sur un papier blanc l'une des faces polies des deux plaques, on observe dans la première, dont le contour annonce qu'elle provient d'un cristal parfaitement régulier, une étoile à six rayons palmés, dirigés du centre vers les angles de l'hexagone, et compris chacun dans deux plans passant par le milieu de six arêtes de l'octaèdre régulier, deux à deux parallèles et opposées.

» La seconde plaque, dont le contour offre quelque irrégularité, ne pré-

sente que trois segments demi-elliptiques, assez semblables à une feuille de trèfle, et partant du centre pour venir embrasser trois côtés alternes de l'hexagone sur lequel nous supposons que la plaque est placée.

» Vus ainsi par réflexion, les dessins que présentent les deux plaques paraissent d'un brun gris de fumée, à contours assez nettement terminés pour être bien saisis à l'œil et à l'aide d'une loupe d'un faible grossissement; mais si l'on cherche à les observer par transparence, soit à l'œil nu, soit surtout à l'aide du microscope et à une lumière un peu intense, ils deviennent à peine sensibles, et semblent se fondre dans la teinte générale, légèrement enfumée, qui règne dans la plaque entière.

» La disposition des rayons nuageux, dans la première et dans la seconde plaque, paraît prouver qu'elles ne proviennent pas toutes deux du même cristal de diamant; mais le passage qu'on observe des uns aux autres permet de penser que, dans les deux cas, le phénomène est dû à la même cause.

» En effet, les pointes inférieures des rayons palmés de la première lame ne viennent pas se toucher à son centre, mais ils se recourbent deux à deux l'un vers l'autre, de manière à laisser entre eux un petit espace incolore circulaire ou hexagonal; de plus, entre deux de ces rayons, une teinte plus foncée que celle du reste de la plaque paraît les réunir pour former un segment demi-elliptique semblable à ceux de la seconde lame. Dans cette dernière, au contraire, la partie la plus foncée des segments en forme de trèfle se trouve concentrée vers leurs bords, et en les faisant jouer sous la lumière, on voit que chacun d'eux tend à se subdiviser en deux palmes dont la réunion est seulement beaucoup plus complète que sur la première lame. Les trois segments ne se touchent pas, mais ils sont comme soudés ensemble par une petite tache enfumée, et ils laissent aussi au centre un espace incolore hexagonal.

» J'ai cherché à donner aussi clairement qu'on peut le faire sans figures, la description de l'astérie du diamant.

» J'ajouterai maintenant que cette astérie fixe n'a sans doute aucun rapport avec les astéries mobiles qu'on observe dans certains minéraux, et notamment dans le corindon et dans le grenat; mais qu'elle ressemble beaucoup à une étoile formée par une substance étrangère dans quelques cristaux de saphir et de chaux carbonatée.

» La collection de l'École royale des Mines possède, en effet, des cristaux de saphir d'un bleu très-foncé provenant d'Expailly, dans la Haute-Loire, en prismes hexagonaux allongés qui, coupés perpendiculairement à l'axe, montrent dans le plan hexagonal qui résulte de cette coupe, une étoile à six rayons

dirigés du centre vers le milieu des côtés de l'hexagone, d'une couleur blanchâtre et d'un aspect fibreux.

» Dans la même collection, se trouve un échantillon de chaux carbonatée d'Helsingfors, en Finlande, cristallisée en prismes hexagonaux surmontés d'un scalénoèdre très-surbaissé, dont les arêtes tombent au milieu des faces du prisme; les trois arêtes les plus aiguës de ce scalénoèdre sont incolores, comme la masse du cristal, tandis que les trois arêtes les plus obtuses sont colorées en noir par de l'oxyde de manganèse; la même disposition se répétant sur le sommet supérieur et sur le sommet inférieur, et les arêtes les plus obtuses de l'un étant en opposition avec les plus aiguës de l'autre, il en résulte que si les deux sommets du scalénoèdre étaient projetés sur un même plan perpendiculaire à l'axe, ce plan, qui serait un hexagone régulier, porterait une étoile noire à six rayons dirigés de son centre vers le milieu de ses six côtés.

» Ces exemples montrent que les étoiles fixes qu'on observe dans certains minéraux paraissent dues à l'entraînement d'une substance étrangère dans des directions déterminées par la cristallisation; il est des cas, comme celui de la chaux carbonatée, où l'on peut déterminer la nature de cette substance; il en est d'autres où cela est impossible. Pour le diamant en particulier, comme les rayons ou les segments nuageux ne peuvent être examinés au microscope, il serait bien difficile de dire quelle est la matière qui les a produits; peut-être ne proviennent-ils que d'une modification particulière du carbone suivant des plans naturels du cristal. Ces plans seraient ici les plans mêmes du clivage; en effet, chacun sait que le diamant se clive parallèlement aux faces de l'octaèdre régulier, et, comme nous l'avons dit au commencement de cette Note, les six palmes de l'une des plaques données par M. Halphen au Jardin du Roi sont comprises chacune dans deux plans parallèles à quatre de ces faces, et elles suivent par conséquent l'intersection de ces deux plans. »

GÉOLOGIE. — *Sur un gisement de coquilles marines dans un terrain des environs de Tournus qui avait été considéré comme appartenant à une formation d'eau douce; par* M. VIRLET D'AOUST.

« Un des élèves du petit séminaire d'Autun, dont la famille habite Tournus (Saône-et-Loire), ayant signalé à M. l'abbé Landriot, son supérieur, un gisement de coquilles marines qui avait été mis à découvert en creusant les fondations d'une petite maison située sur la route de Saint-Jean-Goux, au

lieu dit Belnay, et à environ 1 kilomètre de Tournus, nous avons été visiter, M. Landriot et moi, à notre retour de la Savoie, en septembre dernier, ce gisement, qui nous paraissait un fait assez intéressant pour attirer l'attention des géologues.

» Dans la petite fouille que nous avons été obligé de faire faire pour remettre les coquilles à découvert, nous n'avons trouvé, au milieu d'une argile glaiseuse d'un gris verdâtre, que deux espèces de coquilles, que M. Deshayes a reconnues être l'*Ostrea hippopus* et le *Murex trunculus*, qui toutes deux sont de l'époque actuelle, et vivent encore aujourd'hui sur nos plages de l'Océan et de la Méditerranée.

» Comme la conservation entière de la plupart des huîtres ne permet pas de supposer que ces coquilles aient été apportées là dans des temps plus ou moins reculés, il faut nécessairement conclure qu'elles y ont été déposées par la mer : or, comme la ville de Tournus est à plus de 50 myriamètres du rivage de la Méditerranée, et que le gisement de ces fossiles est bien à 175 mètres au-dessus de son niveau actuel, on est nécessairement entraîné aussi à en tirer la conséquence d'un soulèvement égal du sol depuis l'époque actuelle, soulèvement qui aura dû se faire lentement, sans commotion et à l'instar de celui qu'éprouve encore le sol d'une partie de la Suède, qui s'élève graduellement depuis plusieurs siècles. »

PHYSIOLOGIE. — *Sur la circulation dans les animaux inférieurs; par* M. **P.-J. Van Beneden**, professeur à l'Université catholique de Louvain.

« En 1835 j'avais fait, à Nice, quelques observations sur la belle Aplysie (*Aplysia depilans*), que les habitants de la côte appellent *bœuf de mer* ou *lièvre marin;* depuis lors, l'idée que l'eau peut pénétrer dans l'intérieur du corps, ou même dans les vaisseaux, et jouer le rôle du sang, a été corroborée par plusieurs observations que j'ai eu l'occasion de faire à Cette, à Trieste, à Naples, à Messine, et sur nos côtes. Je disais, dans une Lettre envoyée à l'Académie : « Après des recherches minutieuses sur les organes de la circu-
» lation dans les Aplysies, je crois avoir reconnu une véritable fusion du
» système veineux avec le système aquifère de M. Delle Chiaje (1). »

» Il y a un grand nombre de questions qui se rattachent aux phénomènes de la circulation, auxquelles on ne saurait guère répondre dans l'état actuel de la science; ainsi on peut demander :

---

(1) *Comptes rendus,* séance du 20 octobre 1835.

» *a.* Le mouvement du liquide dans les Tubulaires, Sertulaires et Campanulaires, est-ce une circulation véritable analogue à celle des animaux supérieurs (Cavolini), ou est-ce une oscillation de liquide semblable à celle de quelques plantes? (de Blainville, Thomson, Lister, etc.)

» *b.* Quelle est la signification des corps spongieux et de la cavité veineuse chez les Mollusques céphalopodes?

» *c.* Quelle est la signification du prétendu poumon de Bojanus dans les Mollusques acéphales?

» *d.* La communication directe des veines avec la cavité abdominale dans les Aplysies, est-ce une disposition toute exceptionnelle, comme le pensait Cuvier?

» *e.* La communication directe de l'estomac avec la cavité péri-intestinale (MM. Milne Edwards et de Quatrefages), est-ce une disposition propre à quelques Mollusques gastéropodes?

» *f.* Y a t-il du sang dans les animaux sans vertèbres, ou est-ce simplement le chyle qui circule, comme le pense M. R. Wagner?

» Voilà bien des faits isolés, des exceptions ou même des anomalies pour quelques-uns, et que l'on ne peut guère classer dans l'état actuel de nos connaissances. Il serait facile d'augmenter encore le nombre de ces questions, mais ce que nous venons de dire suffit, pensons-nous, pour démontrer la faiblesse de notre savoir. En rapprochant ces faits si anormaux, il me semble cependant qu'ils se rattachent à un phénomène fondamental, qui ne paraît pas avoir été compris jusqu'à présent : c'est que le sang destiné à charrier l'oxygène et l'élément nutritif peut être remplacé par l'eau du dehors, qui amène directement dans l'économie l'un et l'autre de ces principes de la vie; au lieu de sang et de liquides particuliers, dans les cavités du corps comme dans les animaux supérieurs, c'est l'eau elle-même qui circule et qui remplit l'espace au milieu des organes.

» En attendant qu'un travail que nous préparons sur ce sujet soit terminé, nous avons coordonné le résultat de nos recherches dans les propositions suivantes, dont quelques-unes, nous l'avouons volontiers, demandent encore des recherches ultérieures avant de les admettre dans la science.

» 1°. L'eau peut remplacer le sang dans les animaux inférieurs; elle peut circuler ou dans des vaisseaux spéciaux, ou bien dans les vaisseaux ordinaires, en se mêlant avec le chyle. Son introduction a lieu ou par des ouvertures propres, ou par la bouche et des ouvertures particulières dans les parois digestives, ou par simple endosmose.

» 2°. Elle pénètre par la bouche, chargée de nourriture et d'oxygène, se

rend de l'estomac de l'un à l'estomac de l'autre, et, dans ce passage, elle se met en contact avec tout le tissu organique, comme dans un réseau capillaire (Tubulaires, Campanulaires, Sertulaires, etc.).

» 3°. L'eau pénètre par la bouche comme dans le cas précédent, et de l'estomac elle se rend dans des canaux au milieu des tissus et des appendices (Méduses, Hydres).

» 4°. La bouche livre encore passage à l'eau, mais l'estomac a des parois propres qui se ramifient dans des canaux vasculiformes; le canal digestif joue à la fois le rôle d'arbre respiratoire et d'appareil alimentaire (Aphrodites, Trématades, etc., etc.).

» 5°. Le canal digestif, au lieu d'être ainsi ramifié, est pourvu de plusieurs ouvertures qui livrent passage au liquide qu'il contient, et qui se répand dans la cavité qui entoure le tube intestinal (cavité péri-intestinale). Il peut y avoir un cœur et des vaisseaux artériels, mais cette cavité ne représente pas moins le système veineux (Éolides, etc.). Au lieu de lacunes, J. Muller a vu des vaisseaux véritables se rendre du canal intestinal directement au cœur (Scorpion).

» 6°. Par des ouvertures particulières qui s'abouchent dans des canaux distincts, l'eau pénètre dans l'intérieur du corps et se met en contact avec le sang veineux (Holothurie). Des vaisseaux viennent aussi s'épanouir encore sur des ramifications de cet appareil.

» 7°. Au lieu d'une ou de deux ouvertures, l'eau pénètre par un grand nombre de trous et se répand dans la cavité péri-intestinale (Astéries, Oursins; les Actinies qui ont l'extrémité des tentacules ouverts; les Mollusques phlébentérés qui ont le bout des appendices ouvert, d'après les observations de MM. Alder et Hancock, confirmées par M. de Quatrefages).

» 8°. L'eau pénètre par des ouvertures distinctes à travers un organe spécial dans l'intérieur même des vaisseaux (corps spongieux des veines, flottant dans la cavité veineuse chez les Céphalopodes, et appendices dans le poumon de Bojanus chez des Mollusques acéphales).

» 9°. Ou bien encore l'eau est conduite par des ouvertures distinctes dans tel ou tel organe en particulier (ventouses des bras et canaux particuliers des Mollusques céphalopodes).

» 10°. Il est à remarquer que ces faits se lient à d'autres que l'on trouve dans les animaux vertébrés : les ouvertures à côté de l'anus qui conduisent l'eau dans la cavité péritonéale, et de là dans le péricarde, chez les poissons

cartilagineux (1); les canaux péritonéaux des Crocodiles et des Tortues. On pourrait, à la rigueur, faire mention encore ici des poches aériennes chez les oiseaux, et des trachées des insectes. C'est un autre milieu ambiant qui s'introduit et circule dans tout l'intérieur du corps.

» 11°. Au lieu de pénétrer par des ouvertures distinctes, nous voyons aussi ce liquide traverser les parois par l'effet de l'imbibition ou de l'endosmose (dans la cavité péri-intestinale des Bryozoaires, des Tuniciers, etc.). Peut-être y a-t-il de petites ouvertures chez quelques Mollusques au milieu du pied (Anodontes, Aplysies, Carinaires, etc.).

» 12°. Dans la cavité péri-intestinale, l'eau peut se mouvoir ou se diriger dans tel ou tel sens par l'action simple des cils vibratiles (Bryozoaires); ou des cils se trouvent à l'entrée des vaisseaux (Beroë); ou un vaisseau se dilate et se contracte alternativement en sens contraire, pour envoyer le liquide vers les cavités branchiales ou l'en rappeler (Tuniciers); ou bien encore un cœur véritable, contractile dans un sens, rappelle le sang ou l'eau de la cavité péri-intestinale, pour l'envoyer par des vaisseaux artériels vers la périphérie (Aplysies, embryons de Limace). Puis le cœur peut se multiplier d'après les anneaux du corps, et chacun d'eux peut recevoir directement le sang de la même cavité (larves d'insectes aquatiques).

» 13°. Toutes les combinaisons ont donc été réalisées pour faire parvenir l'eau dans l'intérieur des tissus, et ces moyens sont en rapport avec le degré de simplicité de l'animal.

» 14°. Si nous ne nous trompons, nous croyons pouvoir admettre ce qui suit :

» Le vaisseau dorsal des insectes est un cœur, et il existe une véritable circulation dans les animaux de cette classe. La présence d'un arbre respiratoire dans les Holothuries n'empêche pas le sang de circuler dans des vaisseaux en même temps que l'eau.

» Les cavités veineuses sont analogues au péricarde, et les corps spongieux des veines, aux stigmates.

» Le poumon de Bojanus est aussi l'analogue du péricarde et des stigmates; MM. R. Owen et Vanderhoeven avaient déjà parlé de ces analogies, mais pas de cette signification.

» La présence d'un système gastro-vasculaire n'est point une exception

---

(1) R. Owen a déjà parlé de l'analogie de ces cavités avec les cavités veineuses des Céphalopodes.

dans quelques Mollusques gastéropodes, c'est, au contraire, plutôt la règle; il en est de même de la communication des veines chez les Aplysies.

» La circulation des Tubulaires et Sertulaires correspond aussi bien à la circulation des animaux supérieurs qu'à une oscillation semblable à celle que l'on observe dans quelques plantes.

» Le liquide aqueux qui circule dans ces animaux inférieurs représente bien la séve, mais pas plus le sang que le chyle, la lymphe et le liquide spermatique sans les spermatozoïdes. Ces derniers sont charriés par l'eau, avec l'oxygène et l'élément nutritif, comme par un liquide particulier.

» Il est facile à voir que nous n'avons pas eu pour but ici de publier des faits nouveaux, mais bien d'en grouper quelques-uns pour faire voir des rapports qui avaient échappé jusqu'à présent. »

Réponse de M. **Milne Edwards** *à la réclamation de* M. Van Beneden.

« Dans la Lettre d'envoi qui accompagne la Note de M. Van Beneden, et qui vient d'être lue en partie par M. le Secrétaire perpétuel, le savant professeur de Louvain dit :

« J'ai vu hier, par les journaux, que M. Milne Edwards a fait une communication dans la dernière séance de l'Académie du 3 février, et que cette communication a surtout pour but de généraliser la disposition si remarquable de l'appareil circulatoire dans les Aplysies. Dans la dernière séance de l'Académie des Sciences et Belles-Lettres de Bruxelles du 1er février, j'ai fait une communication sur un sujet semblable : j'ai cherché à rattacher à un phénomène fondamental plusieurs faits en apparence exceptionnels. Je viens vous prier, monsieur le Secrétaire, de vouloir bien communiquer, à la prochaine séance, la Note que j'ai lue le 1er février, et dont j'ai l'honneur de vous envoyer une copie..... Le seul et unique but que je me propose ici, c'est de voir l'une et l'autre Note communiquées à un jour d'intervalle, sous les yeux du même public. »

» Je répondrai à M. Van Beneden que ce n'est pas le 3 février, mais le 18 novembre dernier, que j'ai publié le résultat général de mes observations sur la circulation chez les Mollusques. Effectivement, dans un Rapport inséré au *Moniteur*, je me suis exprimé dans les termes suivants :

« Sur les côtes de la Sicile, je pouvais me procurer facilement des Mollusques dont la taille est beaucoup plus grande que celle des espèces de notre littoral, et dont l'étude anatomique est par cela même plus facile. J'ai

» profité de cette circonstance pour soumettre à un nouvel examen le mé-
» canisme de la circulation chez ces animaux, et je suis arrivé à un résultat
» très-inattendu, car j'ai acquis la certitude que chez les Mollusques, même
» les plus parfaits, le système des vaisseaux à l'aide desquels le sang circule
» dans l'économie est plus ou moins incomplet, de sorte que, dans certains
» points du cercle circulatoire, ce liquide s'épanche dans les grandes cavités
» du corps ou dans les lacunes dont la substance des tissus est creusée. Sous
» ce rapport la structure de ces animaux est, par conséquent, beaucoup
» moins parfaite que celle des Vertébrés, et se rapproche extrêmement du
» mode d'organisation que j'avais déjà constaté chez les Crustacés. » (Rapport adressé à M. le Ministre de l'Instruction publique le 14 novembre 1844.)

» La citation des dates que je viens de rappeler me semble devoir suffire pour résoudre la question de priorité. Je suis d'ailleurs heureux d'apprendre qu'un naturaliste aussi distingué que l'est M. Van Beneden soit arrivé, de son côté, à des résultats analogues à ceux fournis par les recherches dont je me suis occupé pendant mon dernier voyage sur les côtes de la Méditerranée, et je ne doute pas que, lorsqu'il aura publié ses observations, elles ne me fournissent des arguments nouveaux et puissants à l'appui de l'opinion que j'ai émise, et que j'ai vu devenir l'objet d'attaques dont la vivacité m'a étonné.

» Je trouve aussi dans la Note de M. Van Beneden quelques vues qui me paraissent être très-analogues à des résultats que j'ai indiqués dans divers écrits, et que j'ai souvent développées dans mes cours publics à la Faculté des Sciences. Je ne puis que me féliciter de cette concordance; mais, d'un autre côté, ce savant m'attribue, relativement aux Éolides, une opinion qui n'a jamais été la mienne. Il en résulte que, pour éviter toute équivoque, je crois devoir revenir sur le sujet dont M. Van Beneden s'occupe, et, dans une de nos prochaines séances, je demanderai la permission de traiter ici, d'une manière spéciale, la question du mode de distribution des matières nutritives dans l'économie animale chez les Zoophytes et les Annelés, aussi bien que chez les Mollusques. »

M. **Boutigny** écrit relativement à un météore lumineux qu'il a observé à Paris, vers 7 heures du soir, le 17 février 1845.

M. **Vergnier** adresse quelques remarques critiques sur un appareil qui a

été récemment proposé sous le nom d'*Ugiénozône*. Cet appareil n'ayant pas été soumis au jugement de l'Académie, il n'y a pas lieu à renvoyer à l'examen d'une Commission la critique qu'en fait M. Vergnier.

M[lle] **Legros** adresse un *paquet cacheté*.
L'Académie en accepte le dépôt.

A 5 heures un quart, l'Académie se forme en comité secret.

La séance est levée à 6 heures un quart. F.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

L'Académie a reçu, dans cette séance, les ouvrages dont voici les titres :

Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie royale des Sciences; 1er semestre 1845; n° 7; in-4°.

Annales de Chimie et de Physique; par MM. GAY-LUSSAC, ARAGO, CHEVREUL, DUMAS, PELOUZE, BOUSSINGAULT *et* REGNAULT; 3e série, tome XIII, février 1845; in-8°.

Voyages de la Commission scientifique du Nord en Scandinavie, en Laponie, au Spitzberg et aux Féroë, sous la direction de M. GAIMARD; 26e livraison, in-8°.

Annales de la Société royale d'Horticulture de Paris; janvier 1845; in-8°.

Étude du bassin houiller de Graissessac (Hérault), faite en 1838 *par* M. GARELLA; 1 vol. in-4°, et planches in-folio.

Manuel de Physiologie, par M. J. MULLER, *traduit de l'allemand par* M. JOURDAN *sur la* 4e *édition de* 1844; avec planches; 1re livraison; in-8°.

Traité de Thérapeutique et de Matière médicale, par MM. TROUSSEAU *et* PIDOUX; 2 vol. in-8°; 2e édition; avec un complément in-8°.

Annales forestières; février 1845; in-8°.

Journal de Chirurgie; par M. MALGAIGNE; février 1845; in-8°.

Gazette médicale de Paris; tome XIII, 1845; n° 8; in-4°.

Gazette des Hôpitaux; nos 20-22.

L'Écho du Monde savant; nos 12 et 13; in-4°.
